

SIMULACRO 2

Ranura recta, proyectil desde un acantilado y rueda que arrastra una barra

Semana del programa: Semanas 1 a 5 • Tiempo sugerido: 1 h 45 min, cronómetro en mano

Cómo usar este simulacro

Hazlo **de corrido**, con cronómetro, sin abrir la Parte B. Si te trabas más de 8 minutos en un punto, pásalo y vuelve al final. Solo cuando suene el cronómetro comparas. Lo que buscas no es la nota: es ver *en qué paso* se te fue el tiempo.

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Principios de Dinámica 2017271

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 2

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

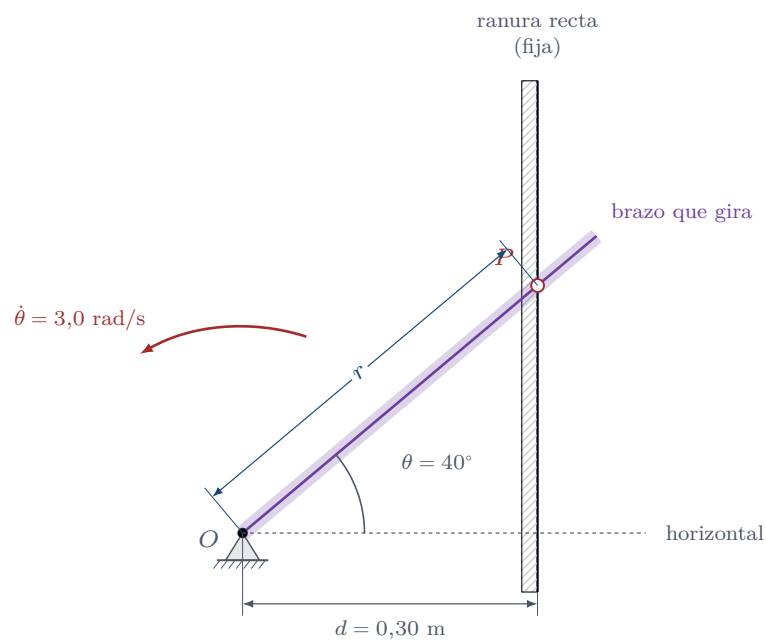
Duración: 105 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

PARTE A — Examen

Punto 1 (35 minutos) — Coordenadas polares

Un brazo gira alrededor de O con velocidad angular **constante** $\dot{\theta} = 3,0$ rad/s en sentido antihorario. Un pasador P está obligado a moverse por una **ranura recta vertical** situada a $d = 0,30$ m de O , y a la vez se desliza dentro del brazo. Para el instante en que $\theta = 40^\circ$ determine:

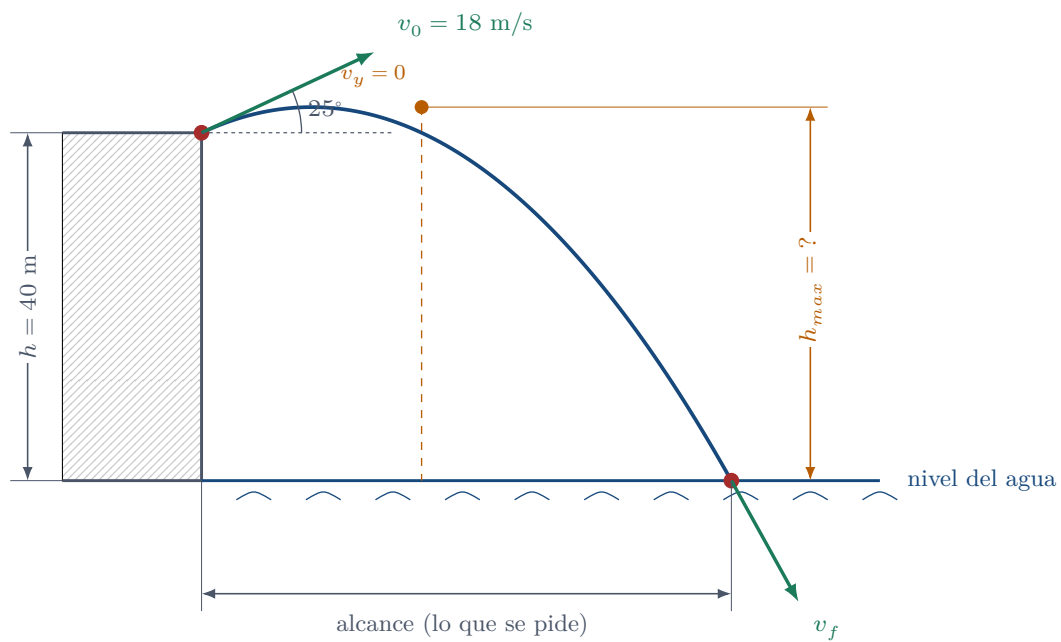
- r , $\dot{r}$ y $\ddot{r}$.
- Las componentes polares de la velocidad y de la aceleración del pasador, y sus magnitudes.
- El valor del término de Coriolis, y **verifique** que la velocidad y la aceleración resultan verticales.



Punto 2 (30 minutos) — Movimiento curvilíneo x - y

Desde lo alto de un acantilado de $h = 40$ m se lanza una piedra con rapidez inicial $v_0 = 18$ m/s formando 25° **por encima** de la horizontal. Desprecie la resistencia del aire ($g = 9,81$ m/s²). Determine:

- (a) El tiempo total de vuelo hasta tocar el agua.
- (b) La distancia horizontal desde la base del acantilado hasta el punto de caída.
- (c) La altura máxima que alcanza la piedra medida **desde el nivel del agua**.
- (d) La magnitud y la dirección de la velocidad justo antes del impacto.



Punto 3 (40 minutos) — Cinemática de cuerpo rígido

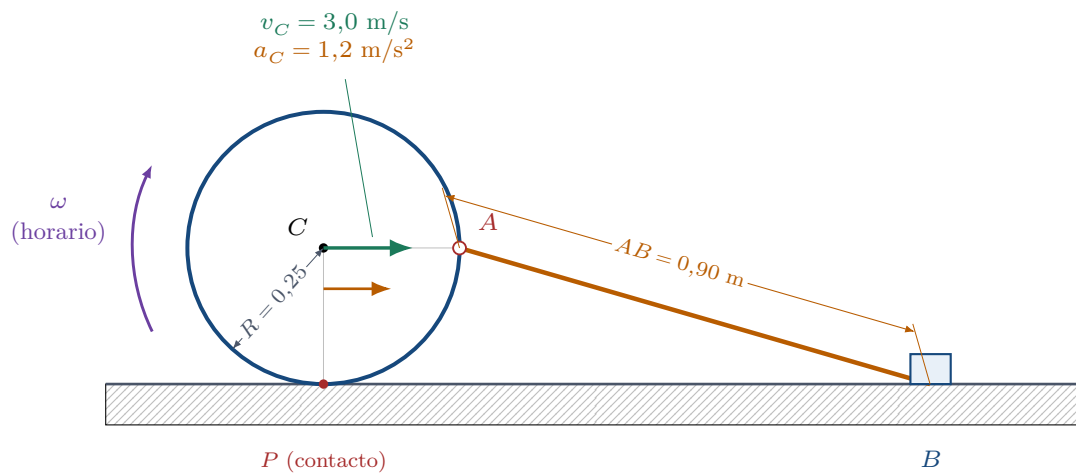
Una rueda de radio $R = 0,25$ m **rueda sin deslizar** sobre el piso; su centro C avanza hacia la derecha con $v_C = 3,0$ m/s y $a_C = 1,2$ m/s². Una barra AB de $0,90$ m está articulada en A , el punto del borde de la rueda que en este instante está al **mismo nivel que el centro**, en el lado derecho. El otro extremo B desliza sobre el piso. Determine:

(a) La velocidad angular y la aceleración angular de la rueda.

(b) $\vec{v}_A$ y $\vec{a}_A$.

(c) ω_{AB} y la velocidad del extremo B .

(d) α_{AB} y la aceleración del extremo B .



PARTE B — Solución completa

Punto 1 — Coordenadas polares

Ruta de solución

La ranura es una **recta vertical**: eso es la ecuación de restricción. En polares esa recta se escribe $r \cos \theta = d$, o sea $r = d / \cos \theta$. Derivas esa expresión dos veces (¡con regla de la cadena, aparece $\dot{\theta}$!) y ya tienes todo para meter en las fórmulas polares.

PASO 1 Escribir la restricción geométrica

La distancia horizontal de O al pasador es siempre d :

$$r \cos \theta = d \implies r = \frac{d}{\cos \theta} = d \sec \theta$$

En $\theta = 40^\circ$:

$$r = \frac{0,30}{\cos 40^\circ} = \frac{0,30}{0,76604} = 0,39162 \text{ m}$$

PASO 2 Derivar una vez

$$\dot{r} = d \sec \theta \tan \theta \dot{\theta} = \frac{d \sin \theta}{\cos^2 \theta} \dot{\theta} = \frac{0,30(0,64279)}{(0,76604)^2} (3,0) = 0,98583 \text{ m/s}$$

El $\dot{\theta}$ que todo el mundo olvida

θ depende del tiempo, así que $\frac{d}{dt}(\sec \theta) = \sec \theta \tan \theta \cdot \dot{\theta}$. Si escribes solo $\sec \theta \tan \theta$ pierdes el punto completo.

PASO 3 Derivar otra vez

Con $\ddot{\theta} = 0$ (velocidad angular constante):

$$\ddot{r} = d \dot{\theta}^2 \frac{\cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} = 0,30(9,0) \frac{0,58682 + 2(0,41318)}{0,44953} = 8,4879 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: $r = 0,3916 \text{ m}$, $\dot{r} = 0,9858 \text{ m/s}$, $\ddot{r} = 8,488 \text{ m/s}^2$

PASO 4 Velocidad en polares

$$v_r = \dot{r} = 0,9858 \text{ m/s}$$

$$v_\theta = r \dot{\theta} = (0,39162)(3,0) = 1,1749 \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{0,9858^2 + 1,1749^2} = 1,5337 \text{ m/s}$$

PASO 5 Aceleración en polares

$$a_r = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 = 8,4879 - (0,39162)(9,0) = 8,4879 - 3,5246 = 4,9633 \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = \underbrace{r \ddot{\theta}}_{=0} + \underbrace{2\dot{r}\dot{\theta}}_{\text{Coriolis}} = 2(0,98583)(3,0) = 5,9150 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{4,9633^2 + 5,9150^2} = 7,7215 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: $|\vec{v}| = 1,534 \text{ m/s}$; $|\vec{a}| = 7,722 \text{ m/s}^2$; término de Coriolis $2\dot{r}\dot{\theta} = 5,915 \text{ m/s}^2$

La prueba que vale oro

El pasador va por una recta **vertical**, así que su velocidad y su aceleración tienen que ser verticales: la componente horizontal debe dar cero. Proyectando a cartesianas ($\hat{e}_r$ apunta a θ , $\hat{e}_\theta$ a $\theta + 90^\circ$):

$$v_x = v_r \cos \theta - v_\theta \sin \theta = 0,9858(0,76604) - 1,1749(0,64279) = 0,7552 - 0,7552 = 0 \quad \checkmark$$

$$a_x = a_r \cos \theta - a_\theta \sin \theta = 4,9633(0,76604) - 5,9150(0,64279) = 3,8021 - 3,8021 = 0 \quad \checkmark$$

Y $v_y = 1,534 \text{ m/s}$ hacia arriba, $a_y = 7,722 \text{ m/s}^2$ hacia arriba. Perfecto.

Punto 2 — Projétil

Ruta de solución

Separa en dos problemas independientes: en x movimiento uniforme, en y caída libre. El único puente entre los dos es el **tiempo**. Pon el origen en el punto de lanzamiento y y positivo hacia arriba; entonces el agua está en $y = -40 \text{ m}$.

PASO 1 Descomponer la velocidad inicial

$$v_{0x} = 18 \cos 25^\circ = 16,314 \text{ m/s} \quad v_{0y} = 18 \sin 25^\circ = 7,607 \text{ m/s}$$

PASO 2 Tiempo de vuelo (ecuación en y)

Con origen en el lanzamiento, el agua está en $y = -40$:

$$-40 = 7,607 t - \frac{1}{2}(9,81)t^2 \implies 4,905 t^2 - 7,607 t - 40 = 0$$

$$t = \frac{7,607 + \sqrt{7,607^2 + 4(4,905)(40)}}{2(4,905)} = \frac{7,607 + 28,029}{9,81} = 3,7345 \text{ s}$$

(La raíz negativa se descarta: es un tiempo anterior al lanzamiento.)

PASO 3 Alcance horizontal

$$x = v_{0x} t = 16,314(3,7345) = 60,92 \text{ m}$$

PASO 4 Altura máxima

En el punto más alto $v_y = 0$:

$$t_{sub} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{7,607}{9,81} = 0,7754 \text{ s} \quad \Delta y = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{57,87}{19,62} = 2,950 \text{ m}$$

Medida desde el agua: $h_{max} = 40 + 2,950 = 42,95 \text{ m}$.

PASO 5 Velocidad de impacto

$$v_x = 16,314 \text{ m/s} \quad (\text{nunca cambia})$$

$$v_y = v_{0y} - g t = 7,607 - 9,81(3,7345) = -29,029 \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_f| = \sqrt{16,314^2 + 29,029^2} = 33,30 \text{ m/s}$$

$$\beta = \arctan \frac{29,029}{16,314} = 60,7^\circ \text{ por debajo de la horizontal}$$

Respuesta: (a) $t = 3,73 \text{ s}$ (b) alcance = 60,9 m (c) $h_{max} = 42,95 \text{ m}$ sobre el agua (d) $|\vec{v}_f| = 33,3 \text{ m/s}$ a $60,7^\circ$ bajo la horizontal

Sentido común

La piedra sube apenas 2,95 m y baja 42,95 m: cae mucho más de lo que sube, así que la velocidad final debe ser bastante mayor que los 18 m/s iniciales y muy inclinada hacia abajo. 33,3 m/s a $-60,7^\circ$ encaja.

Punto 3 — Rueda que arrastra una barra

Ruta de solución

Son **dos cuerpos rígidos encadenados**. Primero la rueda: rodar sin deslizar te da ω y α , y con eso sacas $\vec{v}_A$ y $\vec{a}_A$ del punto de unión. Luego la barra: A ya es dato, B solo puede moverse horizontal. Ecuación vectorial, dos componentes, dos incógnitas. Y lo repites para aceleraciones.

PASO 1 Rodar sin deslizar

$$\omega = \frac{v_C}{R} = \frac{3,0}{0,25} = 12,0 \text{ rad/s (horaria)} \quad \alpha = \frac{a_C}{R} = \frac{1,2}{0,25} = 4,80 \text{ rad/s}^2 \text{ (horaria)}$$

Como son horarias, en vectores: $\vec{\omega} = -12\hat{k}$ y $\vec{\alpha} = -4,8\hat{k}$.

PASO 2 Coordenadas y velocidad de A

Poniendo el origen en el punto de contacto: $C = (0; 0,25)$ y $A = (0,25; 0,25)$, así que $\vec{r}_{A/C} = 0,25\hat{i}$.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r}_{A/C} = 3,0\hat{i} + (-12\hat{k}) \times (0,25\hat{i}) = 3,0\hat{i} - 3,0\hat{j}$$

$$|\vec{v}_A| = 4,243 \text{ m/s a } 45^\circ \text{ hacia abajo}$$

PASO 3 Aceleración de A

$$\begin{aligned} \vec{a}_A &= \vec{a}_C + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{A/C} - \omega^2 \vec{r}_{A/C} = 1,2\hat{i} + (-4,8\hat{k}) \times (0,25\hat{i}) - 144(0,25\hat{i}) \\ &= 1,2\hat{i} - 1,2\hat{j} - 36,0\hat{i} = (-34,80\hat{i} - 1,20\hat{j}) \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Respuesta: $\vec{v}_A = (3,0\hat{i} - 3,0\hat{j}) \text{ m/s}$; $\vec{a}_A = (-34,8\hat{i} - 1,2\hat{j}) \text{ m/s}^2$

PASO 4 Ubicar B

B está sobre el piso ($y = 0$) y $|AB| = 0,90$:

$$B_x = 0,25 + \sqrt{0,90^2 - 0,25^2} = 0,25 + 0,86458 = 1,1146 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{B/A} = (0,86458\hat{i} - 0,25\hat{j}) \text{ m}$$

PASO 5 Velocidad de B

B solo se mueve horizontal, así que $\vec{v}_B = v_B\hat{i}$:

$$v_B\hat{i} = (3,0\hat{i} - 3,0\hat{j}) + \omega_{AB}\hat{k} \times (0,86458\hat{i} - 0,25\hat{j})$$

Recordando que $\hat{k} \times (x\hat{i} + y\hat{j}) = -y\hat{i} + x\hat{j}$:

$$v_B\hat{i} = (3,0\hat{i} - 3,0\hat{j}) + \omega_{AB}(0,25\hat{i} + 0,86458\hat{j})$$

$$\hat{j}: \quad 0 = -3,0 + 0,86458\omega_{AB} \quad \Rightarrow \quad \omega_{AB} = 3,470 \text{ rad/s (antihoraria)}$$

$$\hat{i}: \quad v_B = 3,0 + 3,470(0,25) = 3,867 \text{ m/s}$$

PASO 6 Aceleración de B

$$a_B\hat{i} = \vec{a}_A + \alpha_{AB}\hat{k} \times \vec{r}_{B/A} - \omega_{AB}^2 \vec{r}_{B/A}$$

$$a_B \hat{i} = (-34,80 \hat{i} - 1,20 \hat{j}) + \alpha_{AB}(0,25 \hat{i} + 0,86458 \hat{j}) - 12,040(0,86458 \hat{i} - 0,25 \hat{j})$$

$$\hat{j}: 0 = -1,20 + 0,86458 \alpha_{AB} + 3,010 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{AB} = -2,094 \text{ rad/s}^2$$

$$\hat{i}: a_B = -34,80 + (-2,094)(0,25) - 12,040(0,86458) = -45,73 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: $\omega_{AB} = 3,47 \text{ rad/s}$ antihoraria; $v_B = 3,87 \text{ m/s}$ hacia la derecha; $\alpha_{AB} = 2,09 \text{ rad/s}^2$ horaria; $a_B = 45,7 \text{ m/s}^2$ hacia la **izquierda** (está frenando fuerte)

¿Tiene sentido ese a_B tan grande?

Sí. El punto A pertenece a una rueda que gira a 12 rad/s : su aceleración centrípeta sola vale $\omega^2 R = 144(0,25) = 36 \text{ m/s}^2$, apuntando hacia el centro. Esa aceleración enorme es la que la barra le transmite a B . En cuerpo rígido, las aceleraciones crecen con ω^2 , así que números de decenas de m/s^2 son normales.

Respuestas rápidas del Simulacro 2

P1 $r = 0,392 \text{ m}$; $\dot{r} = 0,986 \text{ m/s}$; $\ddot{r} = 8,49 \text{ m/s}^2$; $|\vec{v}| = 1,534 \text{ m/s}$; $|\vec{a}| = 7,722 \text{ m/s}^2$; Coriolis $= 5,915 \text{ m/s}^2$.

P2 $t = 3,73 \text{ s}$; alcance $= 60,9 \text{ m}$; $h_{max} = 42,95 \text{ m}$; $|\vec{v}_f| = 33,3 \text{ m/s}$ a $60,7^\circ$ bajo la horizontal.

P3 $\omega = 12 \text{ rad/s}$; $\alpha = 4,8 \text{ rad/s}^2$; $\vec{v}_A = (3,0; -3,0)$; $\vec{a}_A = (-34,8; -1,2)$; $\omega_{AB} = 3,47 \text{ rad/s}$; $v_B = 3,87 \text{ m/s}$; $\alpha_{AB} = -2,09 \text{ rad/s}^2$; $a_B = -45,7 \text{ m/s}^2$.

SIMULACRO 3

Guía horizontal en polares, aparejo de tres tramos y barra entre dos guías

Semana del programa: Semanas 1 a 5 • Tiempo sugerido: 1 h 45 min, cronómetro en mano

Antes de empezar

Escribe en una hoja aparte, **de memoria**, las tres fórmulas polares y la ecuación vectorial de cuerpo rígido. Si no te salen, ese es tu tema débil y ya sabes qué estudiar esta semana. Luego sí arranca el cronómetro.

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Principios de Dinámica 2017271

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 3

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

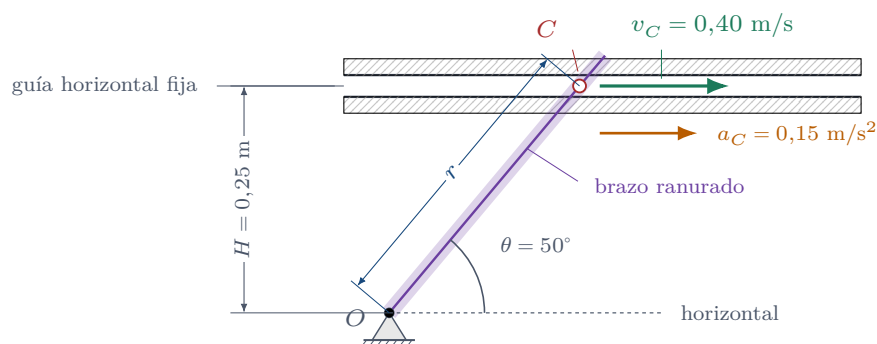
Duración: 105 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

PARTE A — Examen

Punto 1 (35 minutos) — Coordenadas polares

Un brazo ranurado pivota en O . Un pasador C se desliza dentro de la ranura del brazo y, al mismo tiempo, está obligado a moverse sobre una **guía horizontal fija** situada a $H = 0,25$ m por encima de O . En el instante mostrado el pasador va hacia la derecha con $v_C = 0,40$ m/s y $a_C = 0,15$ m/s² (acelerando), y el brazo forma $\theta = 50^\circ$ con la horizontal. Determine:

- r y $\dot{r}$, y la velocidad angular $\dot{\theta}$ del brazo.
- $\ddot{r}$ y la aceleración angular $\ddot{\theta}$ del brazo.
- El término de Coriolis y su interpretación física.



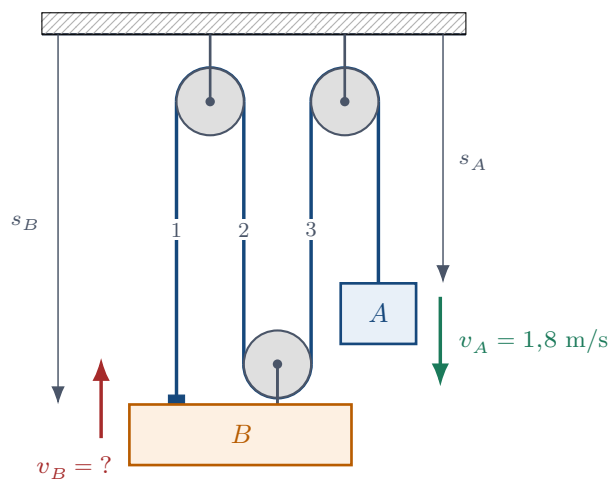
Punto 2 (25 minutos) — Movimiento dependiente

En el aparejo de la figura, el bloque B está sostenido por **tres tramos** de cable, de modo que la restricción del sistema es

$$s_A + 3s_B = L$$

El bloque A baja con rapidez $v_A = 1,8 \text{ m/s}$ y aceleración $a_A = 0,6 \text{ m/s}^2$ (ambas hacia abajo). Determine:

- La velocidad y la aceleración de B (magnitud y sentido).
- La velocidad de A **vista desde** B .
- Cuánto sube B mientras A baja $1,2 \text{ m}$.

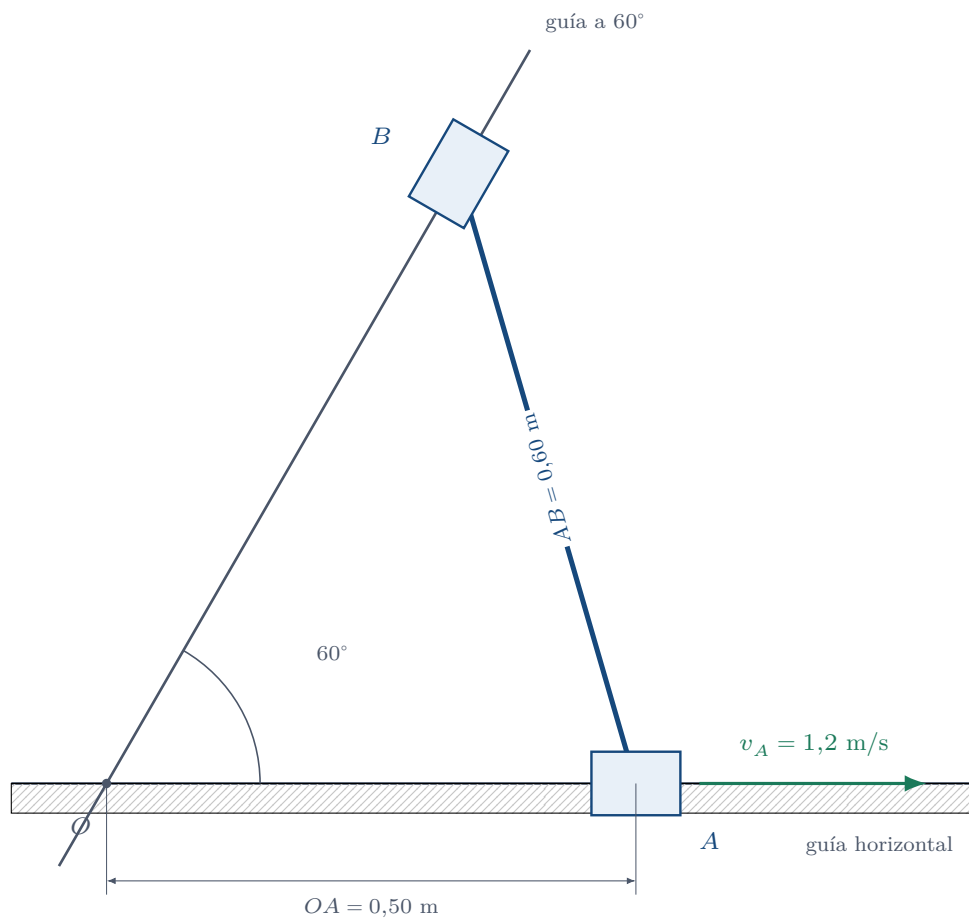


el extremo del cable está fijo al bloque y otros dos tramos lo sostienen:
tres tramos verticales $\Rightarrow s_A + 3s_B = L$

Punto 3 (40 minutos) — Cinemática de cuerpo rígido

Una barra rígida AB de $0,60\text{ m}$ tiene sus extremos dentro de dos collarines: el collarín A corre por una **guía horizontal** y el collarín B por una **guía inclinada** 60° ; ambas guías se cortan en O . En el instante mostrado A está a $0,50\text{ m}$ de O y se aleja con $v_A = 1,2\text{ m/s}$. Determine:

- La posición del collarín B sobre su guía.
- La velocidad angular ω_{AB} de la barra.
- La velocidad del collarín B (magnitud y sentido sobre su guía).
- Verifique el resultado localizando el centro instantáneo de rotación.



PARTE B — Solución completa

Punto 1 — Guía horizontal en coordenadas polares

Ruta de solución

Aquí **ya conoces** la velocidad y la aceleración absolutas del pasador: son horizontales y te las dan. Lo que no conoces son sus *componentes polares*. Entonces el problema se resuelve al revés de lo normal: **proyectas** el vector conocido sobre $\hat{e}_r$ y $\hat{e}_\theta$, y de ahí despejas $\dot{r}$, $\dot{\theta}$, $\ddot{r}$ y $\ddot{\theta}$.

PASO 1 Geometría: hallar r

El pasador está sobre la guía, a altura H constante. En polares esa altura es $r \sin \theta$:

$$r \sin \theta = H \implies r = \frac{H}{\sin \theta} = \frac{0,25}{\sin 50^\circ} = \frac{0,25}{0,76604} = 0,32635 \text{ m}$$

PASO 2 Proyectar la velocidad (que es horizontal) sobre $\hat{e}_r$ y $\hat{e}_\theta$

Con el eje x horizontal, los versores polares valen

$$\hat{e}_r = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}, \quad \hat{e}_\theta = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}$$

y la velocidad del pasador es $\vec{v} = v_C \hat{i}$ (pura horizontal). Entonces:

$$v_r = \vec{v} \cdot \hat{e}_r = v_C \cos \theta = 0,40(0,64279) = 0,25712 \text{ m/s}$$

$$v_\theta = \vec{v} \cdot \hat{e}_\theta = -v_C \sin \theta = -0,40(0,76604) = -0,30642 \text{ m/s}$$

PASO 3 Despejar $\dot{r}$ y $\dot{\theta}$

Por definición $v_r = \dot{r}$ y $v_\theta = r\dot{\theta}$:

$$\dot{r} = 0,2571 \text{ m/s} \quad \dot{\theta} = \frac{v_\theta}{r} = \frac{-0,30642}{0,32635} = -0,9389 \text{ rad/s}$$

Respuesta: $r = 0,3264 \text{ m}$; $\dot{r} = 0,2571 \text{ m/s}$ (el pasador se *aleja* de O); $\dot{\theta} = -0,939 \text{ rad/s}$, es decir el brazo gira en sentido **horario**

¿Por qué el signo negativo tiene sentido?

El pasador se mueve hacia la derecha por una guía que está *arriba* de O . Si se aleja hacia la derecha, la línea OC se va acostando: el ángulo θ **disminuye**. Por eso $\dot{\theta} < 0$. Si te da positivo, revisa el signo del $-\sin \theta$.

PASO 4 Proyectar la aceleración (también horizontal)

Exactamente el mismo truco con $\vec{a} = a_C \hat{i}$:

$$a_r = a_C \cos \theta = 0,15(0,64279) = 0,09642 \text{ m/s}^2 \quad a_\theta = -a_C \sin \theta = -0,15(0,76604) = -0,11491 \text{ m/s}^2$$

PASO 5 Despejar $\ddot{r}$ y $\ddot{\theta}$ de las fórmulas polares

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \implies \ddot{r} = a_r + r\dot{\theta}^2 = 0,09642 + (0,32635)(0,88154) = 0,09642 + 0,28770 = 0,38412 \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{a_\theta - 2\dot{r}\dot{\theta}}{r} = \frac{-0,11491 - 2(0,25712)(-0,93890)}{0,32635}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-0,11491 + 0,48278}{0,32635} = \frac{0,36787}{0,32635} = 1,1272 \text{ rad/s}^2$$

Respuesta: $\dot{r} = 0,384 \text{ m/s}$; $\ddot{\theta} = 1,127 \text{ rad/s}^2$

PASO 6 El término de Coriolis

$$2\dot{r}\dot{\theta} = 2(0,25712)(-0,93890) = -0,48278 \text{ m/s}^2$$

Es **negativo y grande**: se opone a la componente a_θ . Físicamente aparece porque el pasador hace dos cosas a la vez: se aleja de O ($\dot{r} \neq 0$) mientras el brazo gira ($\dot{\theta} \neq 0$). Ninguna de las dos por separado lo produce; nace de la *combinación*.

Reconstruir el vector original

$$a_x = a_r \cos \theta - a_\theta \sin \theta = 0,09642(0,64279) + 0,11491(0,76604) = 0,06198 + 0,08803 = 0,150 \checkmark$$

$$a_y = a_r \sin \theta + a_\theta \cos \theta = 0,09642(0,76604) - 0,11491(0,64279) = 0,07386 - 0,07386 = 0 \checkmark$$

Volvimos a la aceleración horizontal de $0,15 \text{ m/s}^2$. Todo cuadra.

Punto 2 — Aparejo de tres tramos

Ruta de solución

Movimiento dependiente es puro contar tramos y derivar. Con la restricción escrita, derivar una vez da velocidades y dos veces da aceleraciones. Lo único delicado son los **signos**: fija el datum (el techo) y mide todo hacia abajo positivo.

PASO 1 Escribir y derivar la restricción

Con s_A y s_B medidas desde el techo hacia abajo:

$$s_A + 3s_B = L \Rightarrow \dot{s}_A + 3\dot{s}_B = 0 \Rightarrow \ddot{s}_A + 3\ddot{s}_B = 0$$

PASO 2 Velocidad y aceleración de B

$$\dot{s}_B = -\frac{\dot{s}_A}{3} = -\frac{1,8}{3} = -0,60 \text{ m/s} \quad \ddot{s}_B = -\frac{\ddot{s}_A}{3} = -\frac{0,6}{3} = -0,20 \text{ m/s}^2$$

El signo negativo, con el datum hacia abajo, significa que s_B *disminuye*: **B sube**.

Respuesta: $v_B = 0,60 \text{ m/s}$ hacia arriba; $a_B = 0,20 \text{ m/s}^2$ hacia arriba

PASO 3 Velocidad relativa

Tomando abajo como positivo, $\dot{s}_A = +1,8$ y $\dot{s}_B = -0,6$:

$$v_{A/B} = \dot{s}_A - \dot{s}_B = 1,8 - (-0,6) = 2,40 \text{ m/s} \text{ hacia abajo}$$

PASO 4 Desplazamientos

Como la relación es lineal, vale igual para desplazamientos:

$$\Delta s_A + 3\Delta s_B = 0 \Rightarrow \Delta s_B = -\frac{1,2}{3} = -0,40 \text{ m}$$

B sube 0,40 m mientras A baja 1,2 m.

Respuesta: (a) $v_B = 0,60 \text{ m/s} \uparrow$, $a_B = 0,20 \text{ m/s}^2 \uparrow$ (b) $v_{A/B} = 2,40 \text{ m/s}$ hacia abajo (c) B sube 0,40 m

La ventaja mecánica

Tres tramos sostienen a B : el aparejo multiplica la fuerza por 3 y *divide* la velocidad por 3. Si B se moviera más rápido que A , el aparejo estaría regalando energía. $0,6 < 1,8$: correcto.

Punto 3 — Barra entre dos guías

Ruta de solución

Las dos guías te dan gratis las **direcciones** de las dos velocidades: $\vec{v}_A$ es horizontal y $\vec{v}_B$ va a lo largo de la guía de 60° . Con eso, la ecuación $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$ tiene solo dos incógnitas escalares (ω_{AB} y la magnitud de $\vec{v}_B$) y dos componentes. Sale directo.

PASO 1 Ubicar el collarín B

B está sobre la guía de 60° , o sea $B = t(\cos 60^\circ, \sin 60^\circ) = (0,5t; 0,86603t)$, y además $|AB| = 0,60$ con $A = (0,50; 0)$:

$$(0,5t - 0,5)^2 + (0,86603t)^2 = 0,36 \implies t^2 - 0,5t - 0,11 = 0$$

$$t = \frac{0,5 + \sqrt{0,25 + 0,44}}{2} = \frac{0,5 + 0,83066}{2} = 0,66533 \text{ m}$$

$$B = (0,33267; 0,57619) \text{ m} \quad \vec{r}_{B/A} = B - A = (-0,16733\hat{i} + 0,57619\hat{j}) \text{ m}$$

Respuesta: B está a 0,665 m de O sobre la guía inclinada

PASO 2 Plantear la ecuación de velocidades

$$\vec{v}_A = 1,2\hat{i} \text{ y } \vec{v}_B = v_B(\cos 60^\circ\hat{i} + \sin 60^\circ\hat{j}) = v_B(0,5\hat{i} + 0,86603\hat{j}).$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \omega_{AB}\hat{k} \times \vec{r}_{B/A}$$

Con $\hat{k} \times (x\hat{i} + y\hat{j}) = -y\hat{i} + x\hat{j}$:

$$v_B(0,5\hat{i} + 0,86603\hat{j}) = 1,2\hat{i} + \omega_{AB}(-0,57619\hat{i} - 0,16733\hat{j})$$

PASO 3 Separar componentes y resolver

$$\hat{i}: 0,5 v_B = 1,2 - 0,57619 \omega_{AB}$$

$$\hat{j}: 0,86603 v_B = -0,16733 \omega_{AB}$$

De la segunda: $v_B = -0,19322 \omega_{AB}$. Reemplazando en la primera:

$$0,5(-0,19322 \omega_{AB}) = 1,2 - 0,57619 \omega_{AB} \implies 0,47958 \omega_{AB} = 1,2$$

$$\omega_{AB} = 2,5022 \text{ rad/s (antihoraria)} \quad v_B = -0,19322(2,5022) = -0,4835 \text{ m/s}$$

Respuesta: $\omega_{AB} = 2,50 \text{ rad/s}$ antihoraria; $v_B = 0,484 \text{ m/s}$ dirigida **hacia** O (el signo menos: B baja por su guía)

PASO 4 Verificación con el centro instantáneo

La perpendicular a $\vec{v}_A$ por A es la **vertical** por A: $x = 0,50$. La perpendicular a $\vec{v}_B$ por B es la recta por B con pendiente $-\tan 30^\circ$ (perpendicular a la guía de 60°):

$$y - 0,57619 = -0,57735(x - 0,33267)$$

En $x = 0,50$: $y = 0,57619 - 0,57735(0,16733) = 0,57619 - 0,09661 = 0,47958$.

$$\text{CIR} = (0,500; 0,47958) \text{ m}$$

Distancias al CIR:

$$d_A = 0,47958 \text{ m} \quad d_B = \sqrt{(0,5 - 0,33267)^2 + (0,47958 - 0,57619)^2} = \sqrt{0,028 + 0,00933} = 0,19322 \text{ m}$$

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{d_A} = \frac{1,2}{0,47958} = 2,5022 \text{ rad/s} \checkmark \quad v_B = \omega_{AB} d_B = 2,5022(0,19322) = 0,4835 \text{ m/s} \checkmark$$

Los dos caminos dan lo mismo

La ecuación vectorial y el CIR tienen que coincidir siempre, porque el CIR no es otra teoría: es la misma ecuación resuelta gráficamente. Si en el parcial te sobra tiempo, haz uno y verifica con el otro. Si no coinciden, casi siempre el error está en un signo de $\vec{r}_{B/A}$.

Respuestas rápidas del Simulacro 3

- P1** $r = 0,3264 \text{ m}$; $\dot{r} = 0,2571 \text{ m/s}$; $\dot{\theta} = -0,939 \text{ rad/s}$; $\ddot{r} = 0,384 \text{ m/s}^2$; $\ddot{\theta} = 1,127 \text{ rad/s}^2$; Coriolis = $-0,483 \text{ m/s}^2$.
- P2** $v_B = 0,60 \text{ m/s} \uparrow$; $a_B = 0,20 \text{ m/s}^2 \uparrow$; $v_{A/B} = 2,40 \text{ m/s} \downarrow$; B sube $0,40 \text{ m}$.
- P3** $OB = 0,665 \text{ m}$; $\omega_{AB} = 2,50 \text{ rad/s}$ antihoraria; $v_B = 0,484 \text{ m/s}$ hacia O ; CIR = $(0,500; 0,480) \text{ m}$.

SIMULACRO 4

Leva en polares, dos autos con $n-t$ y corredera vertical

Semana del programa: Semanas 1 a 5 • Tiempo sugerido: 1 h 45 min, cronómetro en mano

El punto 2 es el que más se pierde

Mezclar $n-t$ con movimiento relativo es el combo favorito del parcial. El error típico: calcular bien $\vec{a}_A$ y luego restar mal. Recuerda: $\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$, siempre en el mismo sistema de ejes (x este, y norte).

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Principios de Dinámica 2017271

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 4

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

Duración: 105 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

PARTE A — Examen

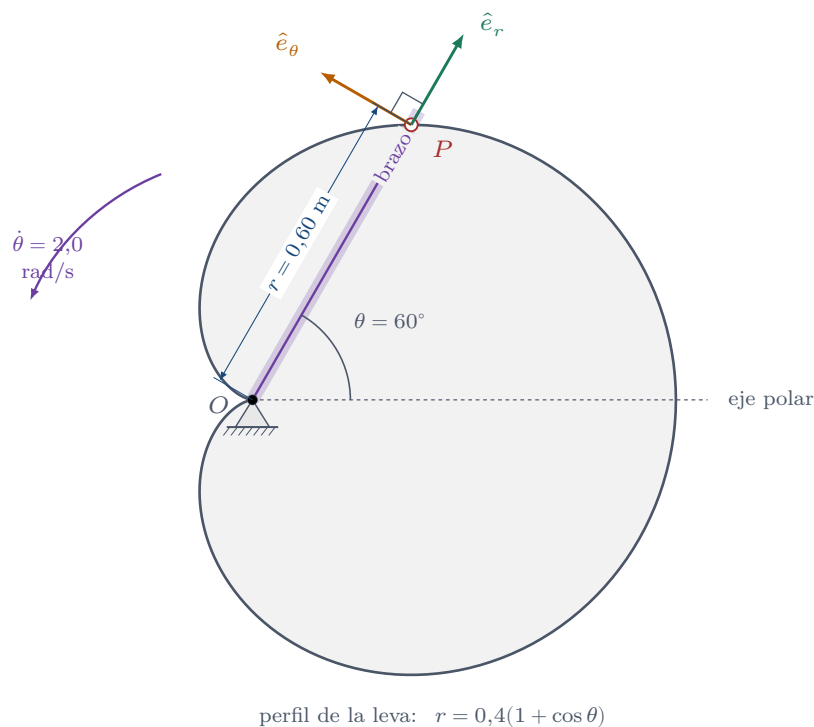
Punto 1 (30 minutos) — Coordenadas polares con leva

Un pasador P recorre el perfil de una leva cuya ecuación en polares es

$$r = 0,4(1 + \cos \theta) \text{ m}$$

arrastrado por un brazo que gira alrededor de O con $\dot{\theta} = 2,0 \text{ rad/s}$ **constante** en sentido antihorario. Para $\theta = 60^\circ$ determine:

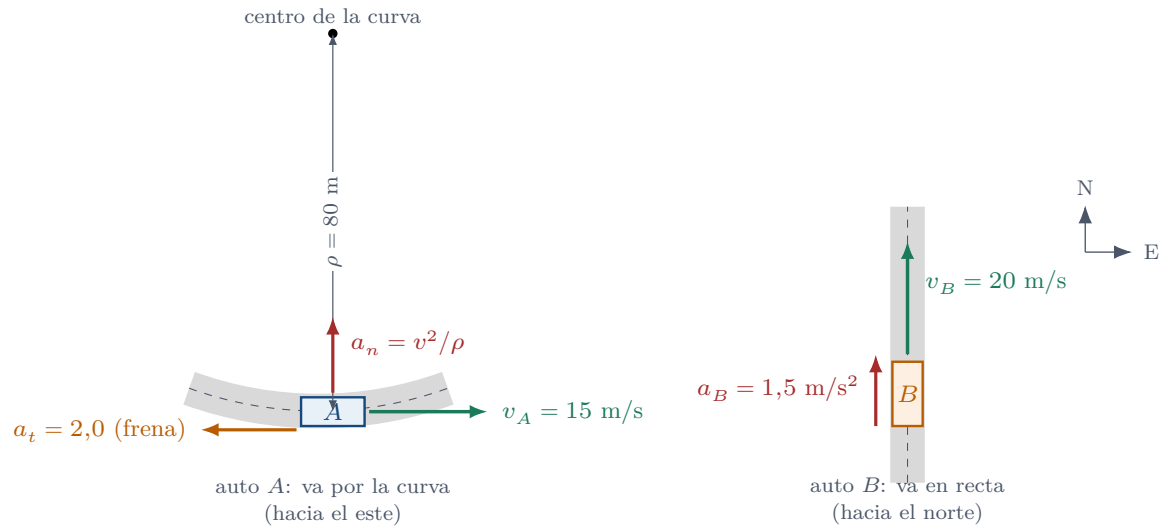
- r , $\dot{r}$ y $\ddot{r}$.
- Las componentes y la magnitud de la velocidad.
- Las componentes y la magnitud de la aceleración, indicando cuánto aporta Coriolis.



Punto 2 (35 minutos) — $n-t$ y movimiento relativo

El automóvil A recorre una curva de radio $\rho = 80$ m; en el instante mostrado se mueve **hacia el este** a 15 m/s y está **frenando** a razón de $2,0$ m/s². El automóvil B va por una recta **hacia el norte** a 20 m/s y está acelerando a $1,5$ m/s². Determine:

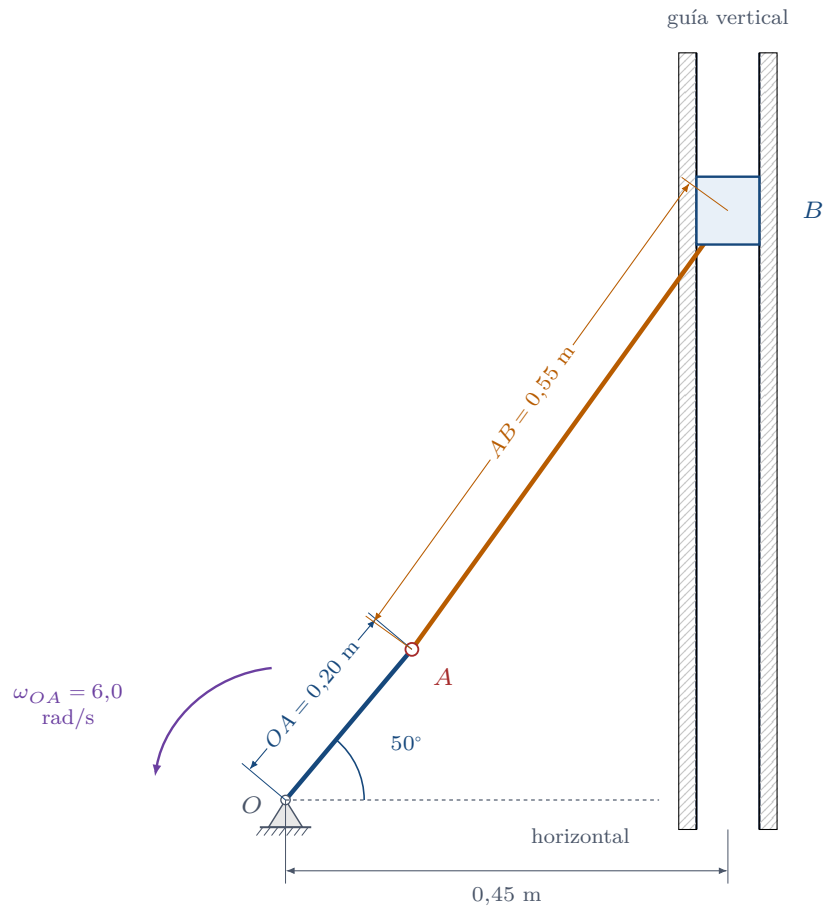
- Las componentes normal y tangencial de la aceleración de A , y su aceleración total.
- La velocidad de B vista desde A (magnitud y dirección).
- La aceleración de B vista desde A (magnitud y dirección).



Punto 3 (40 minutos) — Mecanismo con corredera vertical

La manivela OA mide 0,20 m y gira en sentido **antihorario** con velocidad angular **constante** $\omega_{OA} = 6,0$ rad/s. La biela AB mide 0,55 m y conecta con un bloque B que se desliza por una **guía vertical** situada a 0,45 m a la derecha de O . Para el instante en que OA forma 50° con la horizontal determine:

- $\vec{v}_A$ y $\vec{a}_A$.
- ω_{AB} y la velocidad del bloque B .
- α_{AB} y la aceleración del bloque B .



PARTE B — Solución completa

Punto 1 — Leva en coordenadas polares

Ruta de solución

La leva te da r **como función de θ** , no del tiempo. Por eso cada derivada arrastra un $\dot{\theta}$ por regla de la cadena. Deriva $r(\theta)$ dos veces, evalúa y mete en las tres fórmulas polares. Nada más.

PASO 1 Evaluar r y derivar

$$r = 0,4(1 + \cos \theta) \implies \dot{r} = -0,4 \sin \theta \cdot \dot{\theta} \implies \ddot{r} = -0,4(\cos \theta \ddot{\theta} + \sin \theta \dot{\theta}^2)$$

Como $\dot{\theta} = 2,0$ es constante, $\ddot{\theta} = 0$ y el segundo término desaparece. En $\theta = 60^\circ$ ($\sin = 0,86603$, $\cos = 0,5$):

$$\begin{aligned} r &= 0,4(1 + 0,5) = 0,600 \text{ m} \\ \dot{r} &= -0,4(0,86603)(2,0) = -0,69282 \text{ m/s} \\ \ddot{r} &= -0,4(0,5)(4,0) = -0,800 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Lee el signo

$\dot{r} < 0$ significa que el pasador se está **acercando** a O . Tiene sentido: en la cardioide, al pasar de 0° a 180° el radio se encoge de 0,8 m a cero.

PASO 2 Velocidad

$$\begin{aligned} v_r = \dot{r} &= -0,6928 \text{ m/s} & v_\theta = r\dot{\theta} &= (0,600)(2,0) = 1,2000 \text{ m/s} \\ |\vec{v}| &= \sqrt{0,6928^2 + 1,2000^2} = \sqrt{0,48 + 1,44} = 1,3856 \text{ m/s} \end{aligned}$$

PASO 3 Aceleración

$$\begin{aligned} a_r &= \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -0,800 - (0,600)(4,0) = -0,800 - 2,400 = -3,200 \text{ m/s}^2 \\ a_\theta &= r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(-0,69282)(2,0) = -2,7713 \text{ m/s}^2 \\ |\vec{a}| &= \sqrt{3,200^2 + 2,7713^2} = \sqrt{10,24 + 7,68} = 4,2332 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Respuesta: $r = 0,600 \text{ m}$; $\dot{r} = -0,693 \text{ m/s}$; $\ddot{r} = -0,800 \text{ m/s}^2$; $|\vec{v}| = 1,386 \text{ m/s}$; $|\vec{a}| = 4,233 \text{ m/s}^2$; Coriolis $= -2,771 \text{ m/s}^2$

¿Cuánto pesa Coriolis?

Toda la componente a_θ es Coriolis, porque $\ddot{\theta} = 0$. Y vale 2,77 de un total de 4,23 m/s^2 : el 65% de la aceleración viene de ese término que tanta gente olvida.

Punto 2 — Dos autos: $n-t$ más relativo

Ruta de solución

Dos pasos bien separados. **Primero** describe cada auto en ejes fijos (x este, y norte); ahí es donde entra $n-t$ para el auto de la curva. **Después** resta. El único truco es acertar hacia dónde apunta a_n : siempre *hacia el centro de la curva*.

PASO 1 Aceleración del auto A en $n-t$

$$a_t = -2,0 \text{ m/s}^2 \text{ (frena: opuesta a } \vec{v}_A) \quad a_n = \frac{v_A^2}{\rho} = \frac{15^2}{80} = \frac{225}{80} = 2,8125 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_A| = \sqrt{2,0^2 + 2,8125^2} = \sqrt{4 + 7,9102} = 3,4511 \text{ m/s}^2$$

PASO 2 Pasar $\vec{a}_A$ a ejes fijos

$\vec{v}_A$ apunta al este, así que $\hat{e}_t = \hat{i}$. La curva dobla hacia el norte, o sea el centro está al norte: $\hat{e}_n = \hat{j}$.

$$\vec{a}_A = a_t \hat{e}_t + a_n \hat{e}_n = -2,0 \hat{i} + 2,8125 \hat{j} \text{ m/s}^2$$

Y la velocidad: $\vec{v}_A = 15 \hat{i} \text{ m/s}$.

PASO 3 El auto B en los mismos ejes

Va en recta hacia el norte, así que no tiene componente normal:

$$\vec{v}_B = 20 \hat{j} \text{ m/s} \quad \vec{a}_B = 1,5 \hat{j} \text{ m/s}^2$$

PASO 4 Velocidad relativa

$$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 20 \hat{j} - 15 \hat{i} = (-15 \hat{i} + 20 \hat{j}) \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_{B/A}| = \sqrt{225 + 400} = 25,0 \text{ m/s}$$

$$\text{dirección} = \arctan \frac{20}{15} = 53,13^\circ \text{ al norte del oeste}$$

PASO 5 Aceleración relativa

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A = 1,5 \hat{j} - (-2,0 \hat{i} + 2,8125 \hat{j}) = (2,0 \hat{i} - 1,3125 \hat{j}) \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{B/A}| = \sqrt{4 + 1,7227} = 2,392 \text{ m/s}^2 \quad \text{dirección} = \arctan \frac{1,3125}{2,0} = 33,3^\circ \text{ al sur del este}$$

Respuesta: (a) $a_t = 2,0$, $a_n = 2,8125$, $|\vec{a}_A| = 3,451 \text{ m/s}^2$ (b) $|\vec{v}_{B/A}| = 25,0 \text{ m/s}$ a $53,1^\circ$ al norte del oeste (c) $|\vec{a}_{B/A}| = 2,392 \text{ m/s}^2$ a $33,3^\circ$ al sur del este

El error que cuesta el punto

Mucha gente escribe $\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$. El subíndice se lee “ B respecto a A ”: lo que *ves tú (que vas en A)* cuando miras a B . Siempre es **el de arriba menos el de abajo**.

Punto 3 — Mecanismo con corredera vertical

Ruta de solución

Idéntico a la biela-manivela clásica, con un solo cambio: el bloque corre por una guía **vertical**, así que $\vec{v}_B$ y $\vec{a}_B$ son verticales (componente $\hat{i}$ nula). Ese cero es justo la ecuación que te despeja ω_{AB} y α_{AB} .

PASO 1 Coordenadas

$$A = (0,20 \cos 50^\circ; 0,20 \sin 50^\circ) = (0,12856; 0,15321) \text{ m}$$

B está en $x = 0,45$, y por $|AB| = 0,55$:

$$y_B = 0,15321 + \sqrt{0,55^2 - (0,45 - 0,12856)^2} = 0,15321 + 0,44629 = 0,59950 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{B/A} = (0,32144\hat{i} + 0,44629\hat{j}) \text{ m}$$

PASO 2 Velocidad y aceleración de A

A gira alrededor de O con $\omega_{OA} = 6,0 \text{ rad/s}$ antihoraria ($\vec{\omega}_{OA} = 6\hat{k}$) y $\alpha_{OA} = 0$:

$$\vec{v}_A = \vec{\omega}_{OA} \times \vec{r}_{A/O} = 6\hat{k} \times (0,12856\hat{i} + 0,15321\hat{j}) = (-0,91925\hat{i} + 0,77135\hat{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_A = -\omega_{OA}^2 \vec{r}_{A/O} = -36(0,12856\hat{i} + 0,15321\hat{j}) = (-4,6281\hat{i} - 5,5155\hat{j}) \text{ m/s}^2$$

Respuesta: $|\vec{v}_A| = 1,200 \text{ m/s}$ (perpendicular a OA); $|\vec{a}_A| = 7,200 \text{ m/s}^2$ (dirigida de A hacia O)

PASO 3 Velocidad angular de la biela

$\vec{v}_B = v_B \hat{j}$ (guía vertical):

$$v_B \hat{j} = (-0,91925\hat{i} + 0,77135\hat{j}) + \omega_{AB} \hat{k} \times (0,32144\hat{i} + 0,44629\hat{j})$$

$$v_B \hat{j} = (-0,91925\hat{i} + 0,77135\hat{j}) + \omega_{AB}(-0,44629\hat{i} + 0,32144\hat{j})$$

$$\hat{i}: 0 = -0,91925 - 0,44629\omega_{AB} \quad \Rightarrow \quad \omega_{AB} = -2,0598 \text{ rad/s}$$

$$\hat{j}: v_B = 0,77135 + (-2,0598)(0,32144) = 0,77135 - 0,66210 = 0,10925 \text{ m/s}$$

Respuesta: $\omega_{AB} = 2,06 \text{ rad/s}$ horaria; $v_B = 0,109 \text{ m/s}$ hacia arriba

PASO 4 Aceleración angular de la biela

$$a_B \hat{j} = \vec{a}_A + \alpha_{AB} \hat{k} \times \vec{r}_{B/A} - \omega_{AB}^2 \vec{r}_{B/A}$$

con $\omega_{AB}^2 = 4,2428$:

$$a_B \hat{j} = (-4,6281\hat{i} - 5,5155\hat{j}) + \alpha_{AB}(-0,44629\hat{i} + 0,32144\hat{j}) - 4,2428(0,32144\hat{i} + 0,44629\hat{j})$$

$$\hat{i}: 0 = -4,6281 - 0,44629\alpha_{AB} - 1,3638 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{AB} = -13,426 \text{ rad/s}^2$$

$$\begin{aligned} \hat{j}: a_B &= -5,5155 + (-13,426)(0,32144) - 4,2428(0,44629) \\ &= -5,5155 - 4,3157 - 1,8935 = -11,725 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Respuesta: $\alpha_{AB} = 13,43 \text{ rad/s}^2$ horaria; $a_B = 11,73 \text{ m/s}^2$ hacia **abajo**

El bloque casi se detiene

Fíjate: $v_B = 0,109 \text{ m/s}$ (casi cero) pero $a_B = -11,7 \text{ m/s}^2$ (grandísima). Eso significa que B está justo **cambiando de sentido**: venía subiendo, se frena y empieza a bajar. Es normal y es exactamente lo que pasa cerca de los puntos muertos de un mecanismo. Velocidad pequeña nunca implica aceleración pequeña.

Respuestas rápidas del Simulacro 4

- P1** $r = 0,600 \text{ m}$; $\dot{r} = -0,693 \text{ m/s}$; $\ddot{r} = -0,800 \text{ m/s}^2$; $|\vec{v}| = 1,386 \text{ m/s}$; $|\vec{a}| = 4,233 \text{ m/s}^2$; Coriolis $= -2,771 \text{ m/s}^2$.
- P2** $a_n = 2,8125$, $a_t = -2,0$, $|\vec{a}_A| = 3,451 \text{ m/s}^2$; $\vec{v}_{B/A} = (-15; 20)$, $|\cdot| = 25,0 \text{ m/s}$; $\vec{a}_{B/A} = (2,0; -1,3125)$, $|\cdot| = 2,392 \text{ m/s}^2$.
- P3** $|\vec{v}_A| = 1,20 \text{ m/s}$; $|\vec{a}_A| = 7,20 \text{ m/s}^2$; $\omega_{AB} = -2,06 \text{ rad/s}$; $v_B = +0,109 \text{ m/s}$; $\alpha_{AB} = -13,43 \text{ rad/s}^2$; $a_B = -11,73 \text{ m/s}^2$.

SIMULACRO 5

Polares con $r(t)$ y $\theta(t)$, rectilíneo con $a = f(v)$ y biela-manivela con CIR

Semana del programa: Semanas 1 a 5 • Tiempo sugerido: 1 h 45 min, cronómetro en mano

Lo que se cobra en este simulacro

El Punto 2 es el clásico que separa: cuando la aceleración depende de la **velocidad**, no puedes usar $v = v_0 + at$. Tienes que separar variables. Si no te sale, ese tema vale la mitad del Parcial 1 en algunas versiones.

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Principios de Dinámica 2017271

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 5

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

Duración: 105 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

PARTE A — Examen

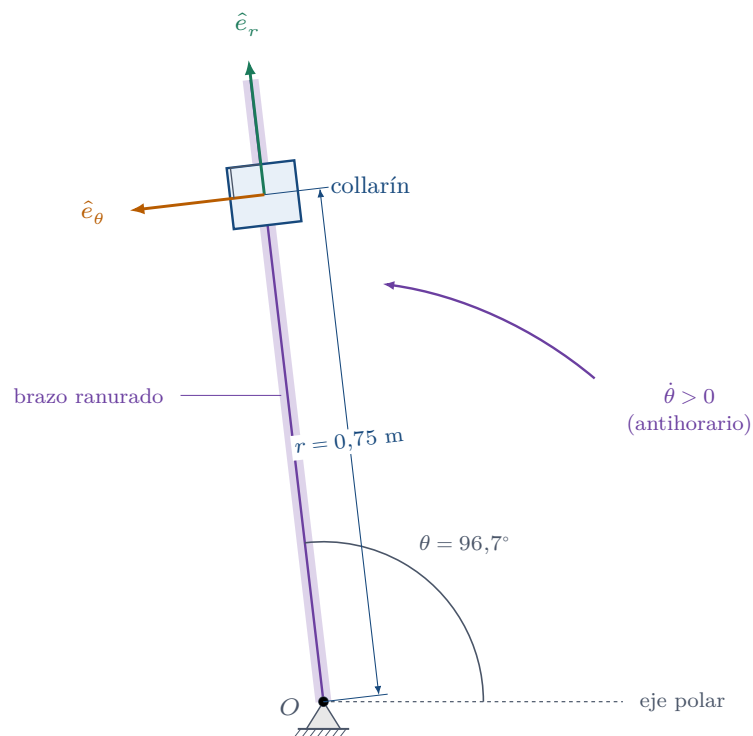
Punto 1 (30 minutos) — Polares con el tiempo como variable

Un collarín se desliza por la ranura de un brazo que gira alrededor de O . El movimiento está dado directamente en función del tiempo:

$$r = 0,3 + 0,2t^2 \text{ (m)} \quad \theta = 0,5t^3 \text{ (rad)}$$

Para $t = 1,5$ s determine:

- r , $\dot{r}$, $\ddot{r}$, θ , $\dot{\theta}$ y $\ddot{\theta}$.
- Las componentes y la magnitud de la velocidad.
- Las componentes y la magnitud de la aceleración, señalando el término de Coriolis.



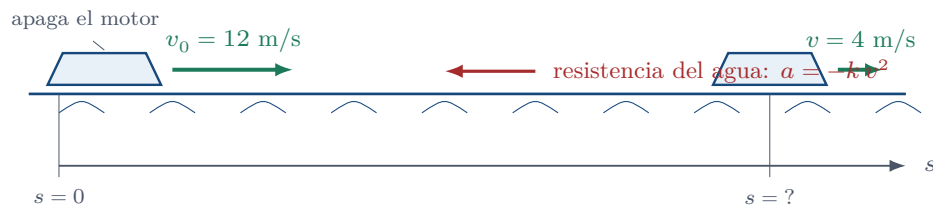
Punto 2 (30 minutos) — Rectilíneo con $a = f(v)$

Una lancha navega a $v_0 = 12$ m/s cuando apaga el motor. A partir de ese instante la resistencia del agua le produce una desaceleración proporcional al cuadrado de la rapidez:

$$a = -k v^2, \quad k = 0,05 \text{ m}^{-1}$$

Determine:

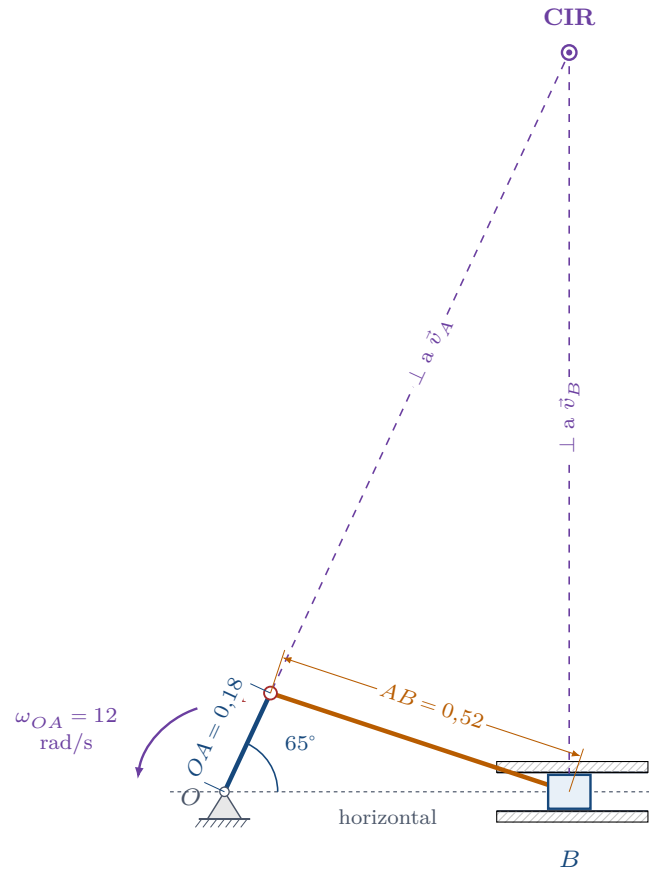
- (a) La distancia que recorre hasta que su rapidez baja a 4 m/s.
- (b) El tiempo que tarda en llegar a esa rapidez.
- (c) La desaceleración al comienzo y al final de ese tramo, y comente qué significa.



Punto 3 (45 minutos) — Biela-manivela, por los dos caminos

La manivela OA mide 0,18 m y gira en sentido **antihorario** con velocidad angular **constante** $\omega_{OA} = 12 \text{ rad/s}$. La biela AB mide 0,52 m y el pistón B se desliza sobre la horizontal que pasa por O . Para $\theta = 65^\circ$ determine:

- ω_{AB} y v_B usando la **ecuación vectorial**.
- Los mismos resultados usando el **centro instantáneo de rotación**, y compare.
- α_{AB} y a_B .



PARTE B — Solución completa

Punto 1 — Polares con el tiempo

Ruta de solución

Este es el más directo de todos los de polares: te dan $r(t)$ y $\theta(t)$ explícitas. Derivas respecto al tiempo (sin regla de la cadena rara), evalúas en $t = 1,5$ y metes en las tres fórmulas. El único riesgo es equivocarse en aritmética, así que ordena los seis números antes de sustituir.

PASO 1 Derivar y evaluar en $t = 1,5$ s

$$\begin{aligned}
 r &= 0,3 + 0,2t^2 & \Rightarrow & r = 0,3 + 0,2(2,25) = 0,750 \text{ m} \\
 \dot{r} &= 0,4t & \Rightarrow & \dot{r} = 0,4(1,5) = 0,600 \text{ m/s} \\
 \ddot{r} &= 0,4 & \Rightarrow & \ddot{r} = 0,400 \text{ m/s}^2 \\
 \theta &= 0,5t^3 & \Rightarrow & \theta = 0,5(3,375) = 1,6875 \text{ rad} = 96,69^\circ \\
 \dot{\theta} &= 1,5t^2 & \Rightarrow & \dot{\theta} = 1,5(2,25) = 3,375 \text{ rad/s} \\
 \ddot{\theta} &= 3t & \Rightarrow & \ddot{\theta} = 3(1,5) = 4,500 \text{ rad/s}^2
 \end{aligned}$$

Ordena antes de sustituir

Escribe los seis números en una columna antes de tocar las fórmulas. Casi todos los errores de este tipo de punto son de *transcripción*, no de concepto.

PASO 2 Velocidad

$$\begin{aligned}
 v_r &= \dot{r} = 0,600 \text{ m/s} & v_\theta &= r\dot{\theta} = (0,750)(3,375) = 2,5313 \text{ m/s} \\
 |\vec{v}| &= \sqrt{0,600^2 + 2,5313^2} = \sqrt{0,36 + 6,407} = 2,6014 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

PASO 3 Aceleración

$$\begin{aligned}
 a_r &= \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0,400 - (0,750)(11,3906) = 0,400 - 8,5430 = -8,1430 \text{ m/s}^2 \\
 a_\theta &= r\ddot{\theta} + \underbrace{2\dot{r}\dot{\theta}}_{\text{Coriolis}} = (0,750)(4,500) + 2(0,600)(3,375) \\
 &= 3,375 + 4,050 = 7,425 \text{ m/s}^2 \\
 |\vec{a}| &= \sqrt{8,1430^2 + 7,425^2} = \sqrt{66,31 + 55,13} = 11,020 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

Respuesta: $|\vec{v}| = 2,601 \text{ m/s}$; $|\vec{a}| = 11,02 \text{ m/s}^2$; Coriolis = $4,050 \text{ m/s}^2$ (más de la mitad de a_θ)

¿Por qué a_r sale negativa si el collarín se aleja?

Porque $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ tiene dos partes que pelean: $\ddot{r} = +0,4$ (se aleja cada vez más rápido) y $-r\dot{\theta}^2 = -8,54$ (el término centrípeto, que siempre jala hacia O). Gana el centrípeto por goleada. Esto es normal cuando $\dot{\theta}$ es grande: girar rápido domina sobre alejarse.

Punto 2 — Aceleración que depende de la velocidad

Ruta de solución

Regla de oro: mira **de qué depende** a .

- Si depende del tiempo $\rightarrow$ usa $a = dv/dt$.
- Si depende de la posición $\rightarrow$ usa $a ds = v dv$.
- Si depende de la velocidad $\rightarrow$ *puedes usar las dos*, y eliges según lo que te pidan: para **distancia** usa $a ds = v dv$; para **tiempo** usa $a = dv/dt$.

Aquí te piden las dos cosas, así que haces las dos integrales.

PASO 1 Distancia: usar $a ds = v dv$

$$-kv^2 ds = v dv \Rightarrow -k ds = \frac{dv}{v}$$

Integrando de $(0, v_0)$ a (s, v) :

$$-k s = \ln \frac{v}{v_0} \Rightarrow \boxed{s = \frac{1}{k} \ln \frac{v_0}{v}}$$

$$s = \frac{1}{0,05} \ln \frac{12}{4} = 20 \ln 3 = 20(1,09861) = 21,97 \text{ m}$$

PASO 2 Tiempo: usar $a = dv/dt$

$$\frac{dv}{dt} = -kv^2 \Rightarrow \frac{dv}{v^2} = -k dt \Rightarrow -\frac{1}{v} \Big|_{v_0}^v = -k t$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = k t \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} \right)}$$

$$t = \frac{1}{0,05} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right) = 20 (0,25 - 0,08333) = 20(0,16667) = 3,333 \text{ s}$$

PASO 3 Desaceleración al principio y al final

$$a_0 = -0,05(12)^2 = -7,20 \text{ m/s}^2 \quad a_f = -0,05(4)^2 = -0,80 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: (a) $s = 21,97 \text{ m}$ (b) $t = 3,33 \text{ s}$ (c) $a_0 = -7,20 \text{ m/s}^2$, $a_f = -0,80 \text{ m/s}^2$: la lancha frena **nueve veces más fuerte** al principio que al final

Lo que dice el resultado

Como $a \propto v^2$, al bajar la rapidez a la tercera parte la desaceleración cae a la novena. Por eso la lancha nunca se detiene del todo: matemáticamente $v \rightarrow 0$ solo cuando $t \rightarrow \infty$. Si alguien te da una respuesta del tipo “se detiene en X segundos”, está usando mal las fórmulas de a constante.

El error que mata este punto

Usar $v = v_0 + at$ con $a = -7,2$ daría $t = 1,11 \text{ s}$, que es **tres veces menos** que la respuesta correcta. Esas fórmulas solo valen si a es constante, y aquí a cambia todo el tiempo.

Punto 3 — Biela-manivela por los dos caminos

Ruta de solución

Primero el camino seguro (ecuación vectorial), después el atajo (CIR). Que coincidan es tu verificación gratis. Ojo: el CIR sirve **solo** para velocidades; para la aceleración no hay atajo, toca la ecuación vectorial.

PASO 1 Coordenadas

$$A = (0,18 \cos 65^\circ; 0,18 \sin 65^\circ) = (0,07607; 0,16314) \text{ m}$$

$$B_x = 0,07607 + \sqrt{0,52^2 - 0,16314^2} = 0,07607 + 0,49375 = 0,56983 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{B/A} = (0,49375 \hat{i} - 0,16314 \hat{j}) \text{ m}$$

PASO 2 Velocidad de A

$$\vec{v}_A = 12\hat{k} \times (0,07607\hat{i} + 0,16314\hat{j}) = (-1,9576\hat{i} + 0,9129\hat{j}) \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_A| = \omega_{OA} \cdot OA = 12(0,18) = 2,160 \text{ m/s } \checkmark$$

PASO 3 Camino A: ecuación vectorial

$\vec{v}_B = v_B \hat{i}$ porque el pistón solo se mueve horizontal:

$$v_B \hat{i} = (-1,9576\hat{i} + 0,9129\hat{j}) + \omega_{AB} \hat{k} \times (0,49375\hat{i} - 0,16314\hat{j})$$

$$v_B \hat{i} = (-1,9576\hat{i} + 0,9129\hat{j}) + \omega_{AB}(0,16314\hat{i} + 0,49375\hat{j})$$

$$\begin{aligned} \hat{j}: \quad 0 &= 0,9129 + 0,49375 \omega_{AB} & \Rightarrow \quad \omega_{AB} &= -1,8488 \text{ rad/s} \\ \hat{i}: \quad v_B &= -1,9576 + (-1,8488)(0,16314) = -1,9576 - 0,3016 = -2,2592 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Respuesta: $\omega_{AB} = 1,849 \text{ rad/s}$ horaria; $v_B = 2,259 \text{ m/s}$ hacia la izquierda

PASO 4 Camino B: centro instantáneo de rotación

$\vec{v}_A \perp OA$, así que la perpendicular a $\vec{v}_A$ por A es la **prolongación de OA**. $\vec{v}_B$ es horizontal, así que la perpendicular a $\vec{v}_B$ por B es la **vertical** $x = 0,56983$. Se cortan en:

$$\text{CIR} = (0,56983; 0,56983 \tan 65^\circ) = (0,56983; 1,22199) \text{ m}$$

Distancias:

$$d_A = |\text{CIR} - A| = \sqrt{0,49376^2 + 1,05885^2} = 1,16831 \text{ m} \quad d_B = 1,22199 \text{ m}$$

$$\omega_{AB} = \frac{|\vec{v}_A|}{d_A} = \frac{2,160}{1,16831} = 1,8488 \text{ rad/s } \checkmark$$

$$v_B = \omega_{AB} d_B = 1,8488(1,22199) = 2,2592 \text{ m/s } \checkmark$$

Idénticos. El sentido se lee del dibujo: si el CIR está *arriba* y A va hacia arriba-izquierda, la biela gira en sentido horario.

PASO 5 Aceleraciones

$$\vec{a}_A = -\omega_{OA}^2 \vec{r}_{A/O} = -144(0,07607\hat{i} + 0,16314\hat{j}) = (-10,954\hat{i} - 23,489\hat{j}) \text{ m/s}^2$$

Con $\omega_{AB}^2 = 3,4181$ y $\vec{a}_B = a_B \hat{i}$:

$$a_B \hat{i} = (-10,954 \hat{i} - 23,489 \hat{j}) + \alpha_{AB}(0,16314 \hat{i} + 0,49375 \hat{j}) - 3,4181(0,49375 \hat{i} - 0,16314 \hat{j})$$

$$\hat{j}: 0 = -23,489 + 0,49375 \alpha_{AB} + 0,5576 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{AB} = 46,45 \text{ rad/s}^2$$

$$\begin{aligned} \hat{i}: a_B &= -10,954 + 46,45(0,16314) - 3,4181(0,49375) \\ &= -10,954 + 7,577 - 1,688 = -5,065 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Respuesta: $\alpha_{AB} = 46,45 \text{ rad/s}^2$ antihoraria; $a_B = 5,065 \text{ m/s}^2$ hacia la izquierda

No uses el CIR para aceleraciones

Es tentador escribir $a_B = \alpha_{AB} d_B$ y ahorrarse el paso 5. **Está mal.** El CIR es un punto distinto en cada instante; el punto de la biela que ahora tiene velocidad cero *no* tiene aceleración cero. Comprueba: $46,45(1,222) = 56,8$, muy lejos de los 5,07 correctos.

Respuestas rápidas del Simulacro 5

P1 $r = 0,750$; $\dot{r} = 0,600$; $\ddot{r} = 0,400$; $\dot{\theta} = 3,375$; $\ddot{\theta} = 4,500$; $|\vec{v}| = 2,601 \text{ m/s}$; $|\vec{a}| = 11,02 \text{ m/s}^2$; Coriolis = $4,050 \text{ m/s}^2$.

P2 $s = 21,97 \text{ m}$; $t = 3,33 \text{ s}$; $a_0 = -7,20$ y $a_f = -0,80 \text{ m/s}^2$.

P3 $|\vec{v}_A| = 2,160 \text{ m/s}$; $\omega_{AB} = -1,849 \text{ rad/s}$; $v_B = -2,259 \text{ m/s}$; CIR = $(0,570; 1,222) \text{ m}$; $\alpha_{AB} = +46,45 \text{ rad/s}^2$; $a_B = -5,065 \text{ m/s}^2$.

SIMULACRO 6

El más difícil: eslabón ranurado con Coriolis, lancha en el río y cuadrilátero articulado

Semana del programa: Semanas 1 a 5 • **Tiempo sugerido:** 2 horas, cronómetro en mano

Este es el simulacro de cierre

Es deliberadamente más duro que el parcial real. Si sacas 3,5 aquí, en el parcial estás sobrado. El Punto 3 (cuadrilátero articulado) casi nunca cae en Parcial 1, pero si lo dominas, la biela-manivela te va a parecer un juego.

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Principios de Dinámica 2017271

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 6

Nombre: _____ **Código:** _____ **Nota:** _____

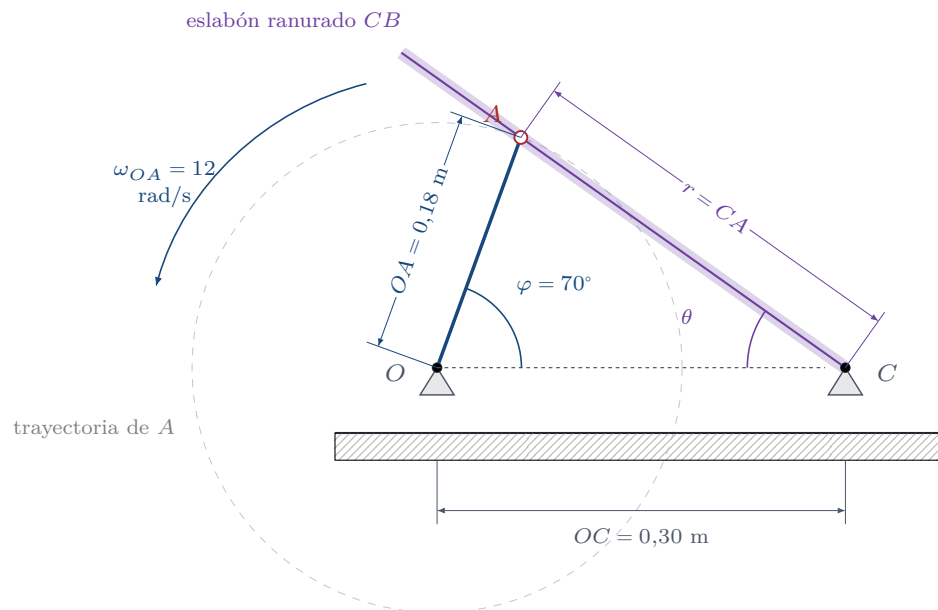
Duración: 120 minutos • **Tres puntos de igual valor** • Escribe unidades en todo resultado.

PARTE A — Examen

Punto 1 (40 minutos) — Eslabón ranurado (Coriolis)

La manivela OA mide $0,18\text{ m}$ y gira en sentido **antihorario** con velocidad angular **constante** $\omega_{OA} = 12\text{ rad/s}$. El pasador A se desliza dentro de la ranura del eslabón que pivota en C , con $OC = 0,30\text{ m}$. Para el instante en que $\varphi = 70^\circ$ determine:

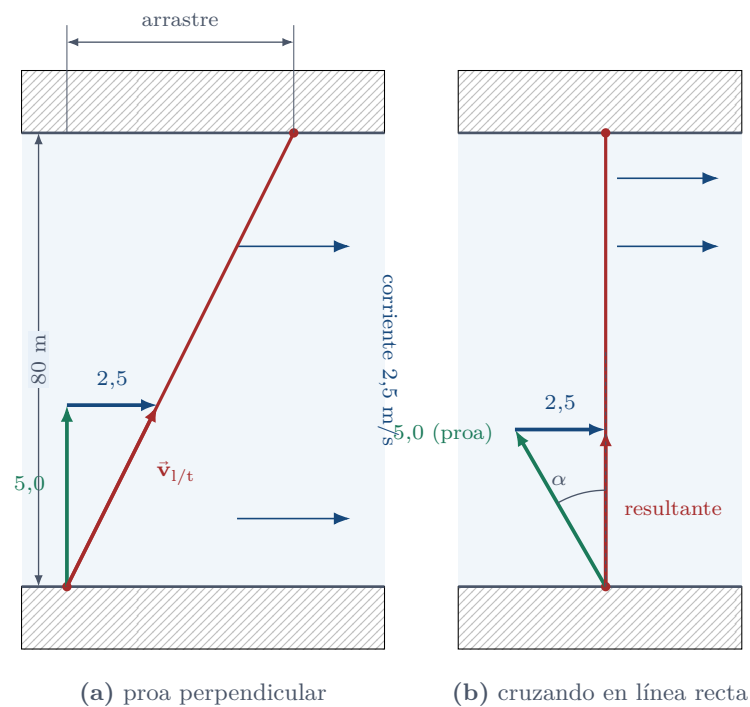
- La distancia $r = CA$ y la velocidad angular $\dot{\theta}$ del eslabón ranurado.
- La velocidad de deslizamiento $\dot{r}$ del pasador dentro de la ranura.
- La aceleración angular $\ddot{\theta}$ del eslabón, la aceleración de deslizamiento $\ddot{r}$, y el término de Coriolis.



Punto 2 (30 minutos) — Movimiento relativo

Un río de 80 m de ancho baja con una corriente uniforme de 2,5 m/s. Una lancha puede navegar a 5,0 m/s **respecto al agua**. Determine:

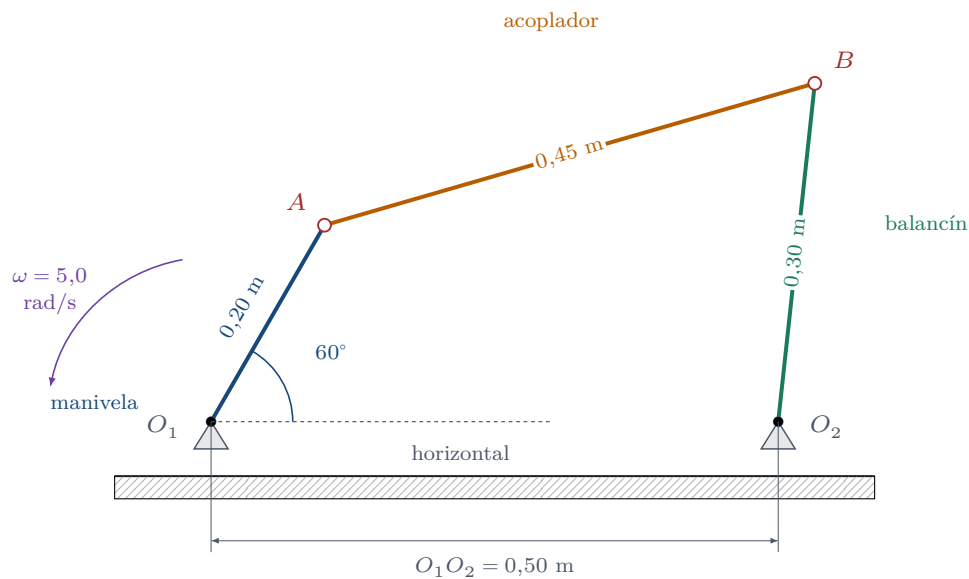
- Si el piloto apunta la proa **perpendicular** a la orilla: la velocidad de la lancha respecto a tierra (magnitud y dirección), el tiempo de cruce y cuánto la arrastra la corriente río abajo.
- El ángulo **aguas arriba** al que debe apuntar la proa para cruzar en línea recta, y el tiempo de cruce en ese caso.
- Explique por qué el segundo cruce tarda más.



Punto 3 (50 minutos) — Cuadrilátero articulado

En el mecanismo de cuatro barras de la figura, $O_1 = (0; 0)$ y $O_2 = (0,50; 0)$ son pivotes fijos. La manivela O_1A mide 0,20 m y gira en sentido **antihorario** con $\omega = 5,0$ rad/s **constante**. El acoplador AB mide 0,45 m y el balancín O_2B mide 0,30 m. Para el instante en que O_1A forma 60° con la horizontal determine:

- (a) Las coordenadas del punto B .
- (b) ω_{AB} y ω_{O_2B} .
- (c) α_{AB} y α_{O_2B} .



PARTE B — Solución completa

Punto 1 — Eslabón ranurado

Ruta de solución

El pasador A pertenece a **dos** cuerpos: a la manivela (y por eso conocemos todo su movimiento absoluto) y a la ranura del eslabón. La estrategia: calcular $\vec{v}_A$ y $\vec{a}_A$ desde la manivela, y luego **proyectarlas** sobre $\hat{e}_r$ (a lo largo de la ranura) y $\hat{e}_\theta$ (perpendicular a ella), medidas *desde* C .

PASO 1 Geometría

$$A = (0,18 \cos 70^\circ; 0,18 \sin 70^\circ) = (0,06156; 0,16914) \text{ m}$$

$$\vec{r}_{A/C} = A - C = (-0,23844; 0,16914) \text{ m} \quad r = |\vec{r}_{A/C}| = 0,29234 \text{ m}$$

Los versores de la ranura (desde C hacia A):

$$\hat{e}_r = \frac{\vec{r}_{A/C}}{r} = (-0,81532; 0,57837) \quad \hat{e}_\theta = (-0,57837; -0,81532)$$

El eslabón forma $\theta = 35,35^\circ$ con la línea CO .

PASO 2 Velocidad absoluta del pasador (viene de la manivela)

$$\vec{v}_A = \omega_{OA} \hat{k} \times \vec{r}_{A/O} = 12 \hat{k} \times (0,06156 \hat{i} + 0,16914 \hat{j}) = (-2,0297 \hat{i} + 0,7388 \hat{j}) \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_A| = 12(0,18) = 2,160 \text{ m/s} \checkmark$$

PASO 3 Proyectar sobre la ranura

$$\dot{r} = \vec{v}_A \cdot \hat{e}_r = (-2,0297)(-0,81532) + (0,7388)(0,57837) = 1,6549 + 0,4272 = 2,0829 \text{ m/s}$$

$$r\dot{\theta} = \vec{v}_A \cdot \hat{e}_\theta = (-2,0297)(-0,57837) + (0,7388)(-0,81532) = 1,1739 - 0,6023 = 0,5716 \text{ m/s}$$

$$\dot{\theta} = \frac{0,5716}{0,29234} = 1,956 \text{ rad/s}$$

Respuesta: $r = 0,2923 \text{ m}$; $\dot{r} = 2,083 \text{ m/s}$ (el pasador se *aleja* de C); $\dot{\theta} = 1,956 \text{ rad/s}$ antihoraria

PASO 4 Aceleración absoluta del pasador

Como ω_{OA} es constante, $\vec{a}_A$ es puramente centrípeta:

$$\vec{a}_A = -\omega_{OA}^2 \vec{r}_{A/O} = -144(0,06156 \hat{i} + 0,16914 \hat{j}) = (-8,8646 \hat{i} - 24,3569 \hat{j}) \text{ m/s}^2$$

PASO 5 Proyectar la aceleración y despejar

$$a_r = \vec{a}_A \cdot \hat{e}_r = 7,2275 - 14,0873 = -6,8598 \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = \vec{a}_A \cdot \hat{e}_\theta = 5,1270 + 19,8585 = 24,9855 \text{ m/s}^2$$

Ahora se usan las fórmulas polares al revés:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \implies \ddot{r} = -6,8598 + (0,29234)(3,8263) = -6,8598 + 1,1187 = -5,741 \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{24,9855 - 2(2,0829)(1,9561)}{0,29234} = \frac{24,9855 - 8,1488}{0,29234} = 57,59 \text{ rad/s}^2$$

Respuesta: $\ddot{r} = -5,74 \text{ m/s}^2$; $\ddot{\theta} = 57,6 \text{ rad/s}^2$; término de Coriolis $2\dot{r}\dot{\theta} = 8,149 \text{ m/s}^2$

¿57 rad/s² no es demasiado?

No. El eslabón ranurado está cerca de su posición extrema, donde tiene que frenar y devolverse; ahí las aceleraciones angulares se disparan. Compara: la manivela gira a 12 rad/s constantes, pero el eslabón acelera brutalmente. Esa es justamente la gracia de este mecanismo (se usa en cepilladoras para el retorno rápido).

El paso que se salta todo el mundo

Muchos calculan a_r y escriben $\ddot{r} = a_r$. **Falso.** $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$: hay que *devolver* el término centrípeto. Igual con a_θ : hay que restar Coriolis antes de dividir por r .

Punto 2 — La lancha y el río

Ruta de solución

Todo sale de una sola ecuación:

$$\vec{v}_{\text{lancha/tierra}} = \vec{v}_{\text{lancha/agua}} + \vec{v}_{\text{agua/tierra}}$$

Fíjate cómo se cancelan los subíndices del medio. Pon x río abajo y y cruzando.

PASO 1 Caso (a): proa perpendicular

$$\begin{aligned} \vec{v}_{l/a} &= 5,0 \hat{j} & \vec{v}_{a/t} &= 2,5 \hat{i} & \vec{v}_{l/t} &= (2,5 \hat{i} + 5,0 \hat{j}) \text{ m/s} \\ |\vec{v}_{l/t}| &= \sqrt{2,5^2 + 5,0^2} = 5,590 \text{ m/s} & \beta &= \arctan \frac{2,5}{5,0} = 26,57^\circ \text{ río abajo} \end{aligned}$$

PASO 2 Tiempo y arrastre en el caso (a)

Lo que cruza el río es **solo** la componente y , y esa vale 5,0 m/s:

$$t = \frac{80}{5,0} = 16,0 \text{ s} \quad \text{arrastre} = v_x t = 2,5(16,0) = 40,0 \text{ m}$$

Por qué la corriente no cambia el tiempo

En el caso (a) la corriente empuja *paralela* a la orilla: no ayuda ni estorba al cruce. El tiempo sale igual que si el agua estuviera quieta. Lo único que hace es correrle 40 m río abajo.

PASO 3 Caso (b): cruzar en línea recta

Para que la trayectoria sea recta, la componente x total debe ser cero. Si la proa apunta α aguas arriba:

$$-5,0 \sin \alpha + 2,5 = 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2,5}{5,0} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30,0^\circ$$

La velocidad útil de cruce queda:

$$v_y = 5,0 \cos 30^\circ = 4,330 \text{ m/s} \quad t = \frac{80}{4,330} = 18,48 \text{ s}$$

Respuesta: (a) $|\vec{v}| = 5,59 \text{ m/s}$ a $26,6^\circ$ río abajo, $t = 16,0 \text{ s}$, arrastre = $40,0 \text{ m}$ (b) $\alpha = 30,0^\circ$ aguas arriba, $t = 18,5 \text{ s}$

PASO 4 Por qué (b) tarda más

Porque en (b) la lancha **gasta** parte de sus $5,0 \text{ m/s}$ en pelear contra la corriente: $2,5 \text{ m/s}$ se van en cancelar el arrastre y solo quedan $4,33 \text{ m/s}$ para cruzar. En (a) los $5,0 \text{ m/s}$ completos van al cruce. Cruzar derecho cuesta tiempo; cruzar rápido cuesta distancia.

Siempre se cumple

$4,330 = \sqrt{5,0^2 - 2,5^2}$: es el cateto del triángulo rectángulo. Si la corriente igualara o superara la velocidad de la lancha ($2,5 \geq 5,0$), sería **imposible** cruzar en línea recta.

Punto 3 — Cuadrilátero articulado

Ruta de solución

Es la ecuación vectorial de siempre, pero con **dos** incógnitas angulares en vez de una. La clave: B pertenece al mismo tiempo al acoplador AB y al balancín O_2B . Escribe $\vec{v}_B$ por los dos caminos e iguala. Quedan dos ecuaciones (una por componente) con dos incógnitas (ω_{AB} y ω_{O_2B}).

PASO 1 Ubicar B

B debe cumplir a la vez $|B - A| = 0,45$ y $|B - O_2| = 0,30$, con $A = (0,10; 0,17321)$. Resolviendo el sistema (intersección de dos circunferencias):

$$B = (0,53228; 0,29826) \text{ m}$$

$$\vec{r}_{B/A} = (0,43228\hat{i} + 0,12505\hat{j}) \quad \vec{r}_{B/O_2} = (0,03228\hat{i} + 0,29826\hat{j})$$

Cómo resolverlo a mano en el parcial

Resta las dos ecuaciones de circunferencia: los términos x^2 y y^2 se cancelan y queda una **recta** (el eje radical). Despejas y en función de x , lo metes en una de las dos circunferencias y resuelves la cuadrática. Escoges la raíz que corresponda al montaje del dibujo.

PASO 2 Velocidad de A

$$\vec{v}_A = 5\hat{k} \times (0,10\hat{i} + 0,17321\hat{j}) = (-0,86603\hat{i} + 0,50000\hat{j}) \text{ m/s}$$

PASO 3 Igualar los dos caminos hacia $\vec{v}_B$

$$\underbrace{\vec{v}_A + \omega_{AB}\hat{k} \times \vec{r}_{B/A}}_{\text{por el acoplador}} = \underbrace{\omega_{O_2B}\hat{k} \times \vec{r}_{B/O_2}}_{\text{por el balancín}}$$

$$(-0,86603\hat{i} + 0,50000\hat{j}) + \omega_{AB}(-0,12505\hat{i} + 0,43228\hat{j}) = \omega_{O_2B}(-0,29826\hat{i} + 0,03228\hat{j})$$

$$\hat{i}: -0,86603 - 0,12505\omega_{AB} = -0,29826\omega_{O_2B}$$

$$\hat{j}: 0,50000 + 0,43228\omega_{AB} = 0,03228\omega_{O_2B}$$

Resolviendo el sistema 2×2 :

$$\omega_{AB} = -0,9703 \text{ rad/s} \quad \omega_{O_2B} = +2,4968 \text{ rad/s}$$

Respuesta: $\omega_{AB} = 0,970 \text{ rad/s horaria}$; $\omega_{O_2B} = 2,497 \text{ rad/s antihoraria}$

PASO 4 Aceleraciones: mismo esquema

Con $\alpha_{O_1A} = 0$, $\vec{a}_A = -25(0,10\hat{i} + 0,17321\hat{j}) = (-2,5000\hat{i} - 4,3301\hat{j}) \text{ m/s}^2$.

$$\vec{a}_A + \alpha_{AB}\hat{k} \times \vec{r}_{B/A} - \omega_{AB}^2\vec{r}_{B/A} = \alpha_{O_2B}\hat{k} \times \vec{r}_{B/O_2} - \omega_{O_2B}^2\vec{r}_{B/O_2}$$

Con $\omega_{AB}^2 = 0,9415$ y $\omega_{O_2B}^2 = 6,2340$, y pasando los términos conocidos al lado derecho, queda otro sistema 2×2 con las mismas dos columnas de antes:

$$\alpha_{AB} = +6,881 \text{ rad/s}^2 \quad \alpha_{O_2B} = +11,957 \text{ rad/s}^2$$

Respuesta: $\alpha_{AB} = 6,88 \text{ rad/s}^2$ antihoraria; $\alpha_{O_2B} = 11,96 \text{ rad/s}^2$ antihoraria

La matriz es la misma

Fíjate en algo que ahorra muchísimo tiempo: el sistema de velocidades y el de aceleraciones tienen **exactamente la misma matriz de coeficientes**. Solo cambia el lado derecho. Si en el parcial ya invertiste esa matriz para las velocidades, reutilízala.

La receta del cuadrilátero, en cuatro líneas

1. Ubica B intersecando las dos circunferencias.
2. $\vec{v}_A$ de la manivela (es rotación pura alrededor de O_1).
3. $\vec{v}_A + \omega_{AB} \hat{k} \times \vec{r}_{B/A} = \omega_{O_2B} \hat{k} \times \vec{r}_{B/O_2} \rightarrow$ sistema 2×2 .
4. Repite con la ecuación de aceleración; misma matriz, distinto lado derecho.

Respuestas rápidas del Simulacro 6

- P1** $r = 0,2923 \text{ m}$; $\dot{r} = 2,083 \text{ m/s}$; $\dot{\theta} = 1,956 \text{ rad/s}$; $\ddot{r} = -5,74 \text{ m/s}^2$; $\ddot{\theta} = 57,6 \text{ rad/s}^2$; Coriolis = $8,149 \text{ m/s}^2$.
- P2** (a) $5,59 \text{ m/s}$ a $26,6^\circ$, $t = 16,0 \text{ s}$, arrastre $40,0 \text{ m}$. (b) $\alpha = 30,0^\circ$, $t = 18,5 \text{ s}$.
- P3** $B = (0,5323; 0,2983) \text{ m}$; $\omega_{AB} = -0,970 \text{ rad/s}$; $\omega_{O_2B} = +2,497 \text{ rad/s}$; $\alpha_{AB} = +6,881 \text{ rad/s}^2$; $\alpha_{O_2B} = +11,957 \text{ rad/s}^2$.