

SIMULACRO DEL PARCIAL 1

Tres puntos con el formato, la dificultad y los temas de los parciales reales

Semana del programa: Semanas 1 a 5 • **Tiempo sugerido:** 2 horas, cronómetro en mano

Cómo hacer este simulacro para que sirva

Hazlo **una sola vez**, de corrido, sin mirar formulario ni apuntes salvo una hoja de fórmulas que tú mismo escribas antes de empezar. Pon un cronómetro de 2 horas. Si te trabas en un punto, pasa al siguiente y vuelve. Solo cuando suene el cronómetro abres la Parte B. El objetivo no es sacar 5 aquí: es descubrir *dónde* se te va el tiempo y *qué* paso se te olvida, con tiempo de sobra para corregirlo.

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Principios de Dinámica 2017271

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 1

Nombre: _____ **Código:** _____ **Nota:** _____

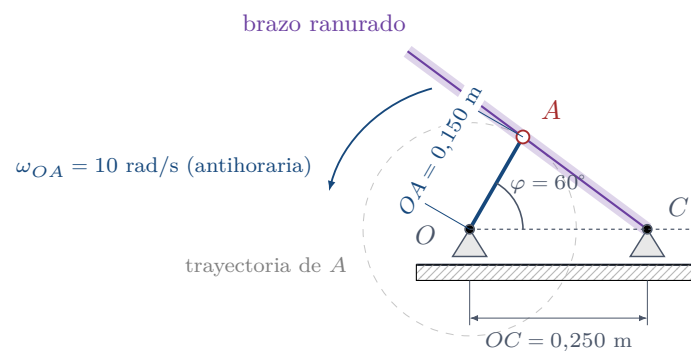
Duración: 120 minutos • **Tres puntos de igual valor** • Escribe unidades en todo resultado.

PARTE A — Examen

Punto 1 (35 minutos)

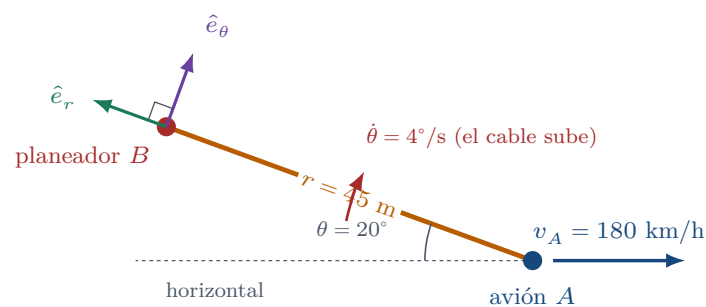
La manivela OA , de 0,150 m de longitud, gira con velocidad angular **constante** $\omega_{OA} = 10$ rad/s en sentido antihorario. El pasador A se desliza dentro de la ranura del brazo pivotado en C , donde $OC = 0,250$ m. Para el instante en que la manivela forma $\varphi = 60^\circ$ con la línea OC , determine:

- La velocidad angular del brazo ranurado y la velocidad de deslizamiento del pasador en la ranura.
- La aceleración angular del brazo y la aceleración de deslizamiento.
- El valor del término de Coriolis.



Punto 2 (30 minutos)

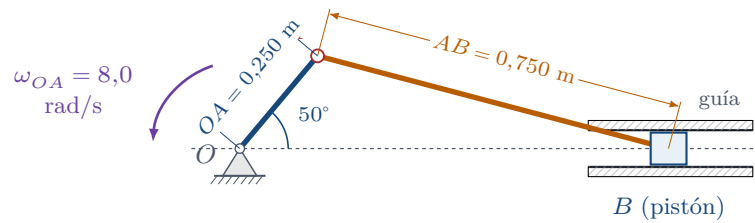
Un avión A vuela horizontalmente con rapidez constante $v_A = 180$ km/h y remolca un planeador B mediante un cable de longitud constante $r = 45$ m. El planeador gana altitud de modo que el ángulo θ entre el cable y la horizontal crece a razón constante de 4 grados por segundo. Para $\theta = 20^\circ$ determine la velocidad y la aceleración del planeador (magnitud y dirección).



Punto 3 (40 minutos)

En el mecanismo biela-manivela mostrado, la manivela OA mide $0,250\text{ m}$ y gira en sentido antihorario con velocidad angular **constante** $\omega_{OA} = 8,0\text{ rad/s}$. La biela AB mide $0,750\text{ m}$ y el pistón B se desliza sobre la horizontal que pasa por O . Para el instante en que OA forma 50° con la horizontal, determine:

- La velocidad angular de la biela y la velocidad del pistón (verifíquelas con el centro instantáneo de rotación).
- La aceleración angular de la biela y la aceleración del pistón.



PARTE B — Solución completa

Punto 1

Ruta de solución

Ranura $\Rightarrow$ marco rotatorio. El pasador A pertenece a la manivela, así que su velocidad y aceleración absolutas se conocen por completo. Lo único que hay que hacer es **proyectarlas** sobre la ranura ($\hat{e}_r$) y su perpendicular ($\hat{e}_\theta$), y despejar.

PASO 1 Geometría

$$A = 0,150(\cos 60^\circ, \sin 60^\circ) = (0,0750; 0,12990) \text{ m}$$

$$\vec{r}_{A/C} = A - C = (0,0750 - 0,250; 0,12990) = (-0,1750; 0,12990) \text{ m}$$

$$r = |\vec{r}_{A/C}| = \sqrt{0,03063 + 0,01687} = 0,21794 \text{ m}$$

Vectores unitarios de la ranura:

$$\hat{e}_r = \frac{\vec{r}_{A/C}}{r} = (-0,80297; 0,59605), \quad \hat{e}_\theta = (-0,59605; -0,80297)$$

PASO 2 Velocidad y aceleración absolutas de A

$$\vec{v}_A = \omega_{OA} \hat{k} \times \vec{r}_{A/O} = 10 \hat{k} \times (0,0750; 0,12990) = (-1,29904; 0,75000) \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_A| = 1,500 \text{ m/s} \quad \checkmark (= 0,150 \times 10)$$

$$\vec{a}_A = -\omega_{OA}^2 \vec{r}_{A/O} = -100(0,0750; 0,12990) = (-7,500; -12,990) \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_A| = 15,00 \text{ m/s}^2 \quad \checkmark (= 0,150 \times 100)$$

PASO 3 (a) Proyectar la velocidad

$$\dot{r} = \vec{v}_A \cdot \hat{e}_r = (-1,29904)(-0,80297) + (0,75000)(0,59605) = 1,4901 \text{ m/s}$$

$$r\dot{\theta} = \vec{v}_A \cdot \hat{e}_\theta = (-1,29904)(-0,59605) + (0,75000)(-0,80297) = 0,17206 \text{ m/s}$$

$$\dot{\theta} = \frac{0,17206}{0,21794} = 0,7895 \text{ rad/s}$$

PASO 4 (b) Proyectar la aceleración

$$a_r = \vec{a}_A \cdot \hat{e}_r = (-7,500)(-0,80297) + (-12,990)(0,59605) = -1,7206 \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = \vec{a}_A \cdot \hat{e}_\theta = (-7,500)(-0,59605) + (-12,990)(-0,80297) = 14,901 \text{ m/s}^2$$

Ahora se despejan $\ddot{r}$ y $\ddot{\theta}$:

$$\ddot{r} = a_r + r\dot{\theta}^2 = -1,7206 + (0,21794)(0,7895)^2 = -1,7206 + 0,13583 = -1,5848 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{\theta} = \frac{a_\theta - 2\dot{r}\dot{\theta}}{r} = \frac{14,901 - 2(1,4901)(0,7895)}{0,21794} = \frac{14,901 - 2,3528}{0,21794} = 57,58 \text{ rad/s}^2$$

PASO 5 (c) Término de Coriolis

$$|2\dot{r}\dot{\theta}| = 2(1,4901)(0,7895) = 2,353 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: (a) $\dot{\theta} = 0,790 \text{ rad/s}$ (antihoraria); $\dot{r} = 1,490 \text{ m/s}$ (el pasador se aleja de C). (b) $\ddot{\theta} = 57,6 \text{ rad/s}^2$; $\ddot{r} = -1,585 \text{ m/s}^2$. (c) Coriolis = $2,35 \text{ m/s}^2$.

Chequeo de sentido común

Dos verificaciones rápidas de examen: $|\vec{v}_A|$ tiene que dar $\omega \cdot OA = 1,5 \text{ m/s}$ y $|\vec{a}_A|$ tiene que dar $\omega^2 \cdot OA = 15 \text{ m/s}^2$. Si esas dos no cuadran, todo lo demás está mal y no vale la pena seguir. Además, $\sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2} = \sqrt{1,4901^2 + 0,17206^2} = 1,500 \text{ m/s}$: la proyección conservó la magnitud, como debe ser.

Punto 2

PASO 1 Unidades y datos

$$v_A = \frac{180}{3,6} = 50,0 \text{ m/s}, \quad \dot{\theta} = 4 \frac{\text{grados}}{\text{s}} \times \frac{\pi}{180} = 0,069813 \text{ rad/s}$$

$$r = 45 \text{ m}, \quad \dot{r} = \ddot{r} = 0, \quad \ddot{\theta} = 0$$

PASO 2 Velocidad relativa del planeador respecto al avión

$$|\vec{v}_{B/A}| = r\dot{\theta} = 45(0,069813) = 3,1416 \text{ m/s} \quad (\text{perpendicular al cable})$$

Tomando $\hat{i}$ en el sentido de vuelo (el planeador queda *atrás* y *arriba*):

$$\vec{v}_{B/A} = 3,1416(\sin 20^\circ \hat{i} + \cos 20^\circ \hat{j}) = (1,0745 \hat{i} + 2,9521 \hat{j}) \text{ m/s}$$

PASO 3 Velocidad absoluta

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} = (50 + 1,0745) \hat{i} + 2,9521 \hat{j} = (51,074 \hat{i} + 2,952 \hat{j}) \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_B| = \sqrt{2608,6 + 8,715} = 51,16 \text{ m/s}, \quad \alpha = \arctan\left(\frac{2,952}{51,074}\right) = 3,31^\circ$$

PASO 4 Aceleración

Como $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ y $\ddot{\theta} = 0$, la aceleración relativa es solo centrípeta:

$$|\vec{a}_{B/A}| = r\dot{\theta}^2 = 45(0,069813)^2 = 0,2193 \text{ m/s}^2$$

dirigida **del planeador hacia el avión**. Y como $\vec{a}_A = 0$:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{B/A} = (0,2061 \hat{i} - 0,0750 \hat{j}) \text{ m/s}^2, \quad |\vec{a}_B| = 0,219 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: $|\vec{v}_B| = 51,16 \text{ m/s}$ a $3,31^\circ$ sobre la horizontal. $|\vec{a}_B| = 0,219 \text{ m/s}^2$ a lo largo del cable, del planeador hacia el avión.

El error clásico de este punto

Convertir mal 4 grados/s. **Hay que pasarlo a rad/s** antes de usarlo en $r\dot{\theta}$. Si dejas 4, te da $r\dot{\theta} = 180 \text{ m/s}$ y el planeador vuela más rápido que un caza. Cuando una respuesta salga absurda, lo primero que se revisa son las unidades angulares.

Punto 3

PASO 1 Geometría

$$A = 0,250(\cos 50^\circ, \sin 50^\circ) = (0,16070; 0,19151) \text{ m}$$

$$x_B = 0,16070 + \sqrt{0,750^2 - 0,19151^2} = 0,16070 + 0,72514 = 0,88583 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{B/A} = (0,72514; -0,19151) \text{ m}$$

PASO 2 Velocidad de A

$$\vec{v}_A = 8\hat{k} \times (0,16070; 0,19151) = (-1,53209; 1,28558) \text{ m/s}, \quad |\vec{v}_A| = 2,000 \text{ m/s}$$

PASO 3 (a) Velocidad angular de la biela y velocidad del pistón

$$v_B \hat{i} = \vec{v}_A + \omega_{AB} \hat{k} \times \vec{r}_{B/A} = \vec{v}_A + \omega_{AB}(0,19151 \hat{i} + 0,72514 \hat{j})$$

$$\hat{j}: 0 = 1,28558 + 0,72514 \omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = -1,7729 \text{ rad/s (horaria)}$$

$$\hat{i}: v_B = -1,53209 + 0,19151(-1,7729) = -1,8716 \text{ m/s}$$

PASO 4 Verificación con el centro instantáneo

La perpendicular a $\vec{v}_A$ es la recta OA prolongada; la perpendicular a $\vec{v}_B$ es la vertical por B :

$$y_{\text{CIR}} = x_B \tan 50^\circ = 0,88583(1,19175) = 1,05570 \Rightarrow \text{CIR} = (0,8858; 1,0557) \text{ m}$$

$$d_A = \sqrt{0,72514^2 + 0,86419^2} = 1,12811 \text{ m} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{2,000}{1,12811} = 1,7729 \text{ rad/s } \checkmark$$

$$d_B = 1,05570 \text{ m} \Rightarrow v_B = 1,7729(1,05570) = 1,8716 \text{ m/s } \checkmark$$

PASO 5 (b) Aceleraciones

$$\vec{a}_A = -64(0,16070; 0,19151) = (-10,2846; -12,2567) \text{ m/s}^2$$

$$a_B \hat{i} = \vec{a}_A + \alpha_{AB}(0,19151 \hat{i} + 0,72514 \hat{j}) - \omega_{AB}^2(0,72514 \hat{i} - 0,19151 \hat{j})$$

con $\omega_{AB}^2 = 3,14308$:

$$\hat{j}: 0 = -12,2567 + 0,72514 \alpha_{AB} + 0,60195 \Rightarrow \alpha_{AB} = \frac{11,6547}{0,72514} = 16,073 \text{ rad/s}^2$$

$$\hat{i}: a_B = -10,2846 + 0,19151(16,073) - 3,14308(0,72514) = -10,2846 + 3,0781 - 2,2792$$

$$a_B = -9,486 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: (a) $\omega_{AB} = 1,773 \text{ rad/s horaria}$; $v_B = 1,872 \text{ m/s hacia la izquierda}$. (b) $\alpha_{AB} = 16,07 \text{ rad/s}^2 \text{ antihoraria}$; $a_B = 9,49 \text{ m/s}^2 \text{ hacia la izquierda}$.

Autoevaluación: ¿qué me dice mi resultado?

Si fallaste el Punto 1	Repasa el Taller 5 completo. Es el tema de mayor peso.
Si fallaste el Punto 2	Repasa el Taller 3, sección de movimiento relativo + polares, y revisa conversión de unidades angulares.
Si fallaste el Punto 3	Repasa el Taller 4, problemas 4.4 y 4.5.
Si te faltó tiempo	No es problema de teoría: practica los problemas ya resueltos hasta que el planteamiento salga en menos de 5 minutos.
Si los planteaste bien pero te dio mal el número	El error está en signos o en la calculadora en grados/radianes. Adopta la costumbre de escribir siempre los vectores en componentes $(x; y)$ antes de operar.

Hoja de respuestas rápida — Simulacro

P1 $r = 0,21794 \text{ m}$; $\dot{r} = 1,4901 \text{ m/s}$; $\dot{\theta} = 0,7895 \text{ rad/s}$; $\ddot{r} = -1,5848 \text{ m/s}^2$; $\ddot{\theta} = 57,58 \text{ rad/s}^2$; Coriolis = $2,353 \text{ m/s}^2$.

P2 $|\vec{v}_B| = 51,16 \text{ m/s}$ a $3,31^\circ$; $|\vec{a}_B| = 0,219 \text{ m/s}^2$ hacia el avión.

P3 $\omega_{AB} = 1,773 \text{ rad/s}$ (horaria); $v_B = 1,872 \text{ m/s} \leftarrow$; CIR $(0,886; 1,056) \text{ m}$; $\alpha_{AB} = 16,07 \text{ rad/s}^2$; $a_B = 9,49 \text{ m/s}^2 \leftarrow$.