

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá
 Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica
 Principios de Estática 2016640

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 1

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

Duración: 100 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

Cómo hacer este simulacro

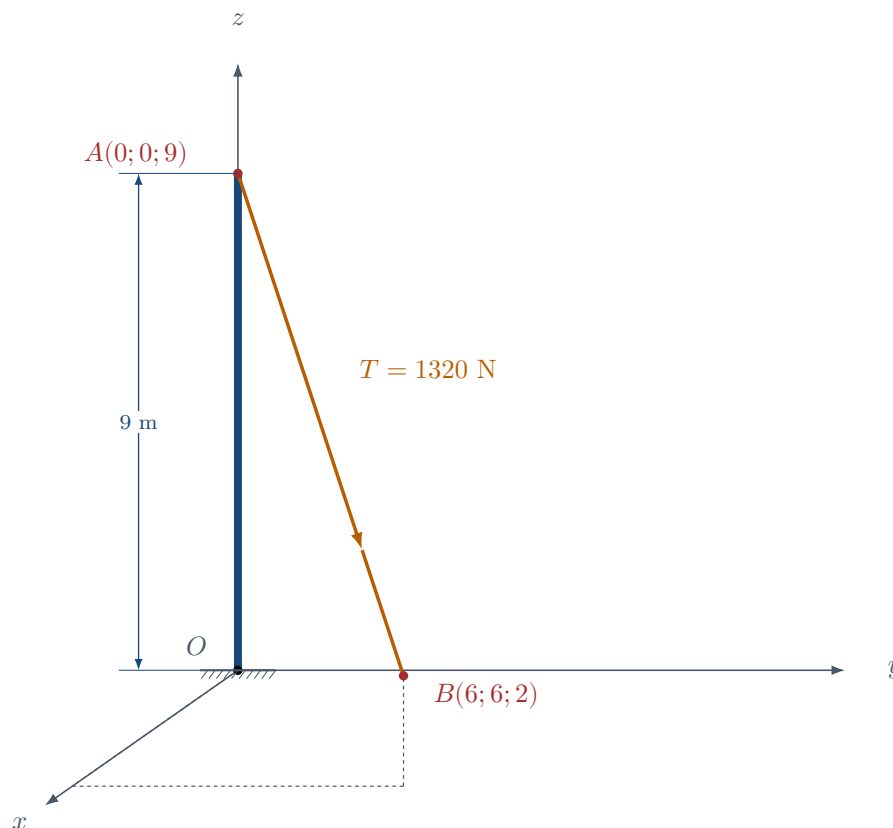
Ponte un cronómetro en 100 minutos y no lo pares. Hoja en blanco, calculadora y la hoja de fórmulas *solo si el profesor la permite en el parcial real*. **No mires el solucionario** hasta que se acabe el tiempo, aunque te trabes: aprender a quedarte trabado y seguir con el siguiente punto es parte de lo que se entrena aquí.

Este simulacro está calibrado al nivel de un parcial real. Los siguientes suben.

PUNTO 1 Pluma de grúa con cable (20 puntos)

La pluma vertical OA de una grúa mide 9 m. Un cable va desde su extremo $A(0; 0; 9)$ m hasta el anclaje $B(6; 6; 2)$ m y está tensionado a 1320 N.

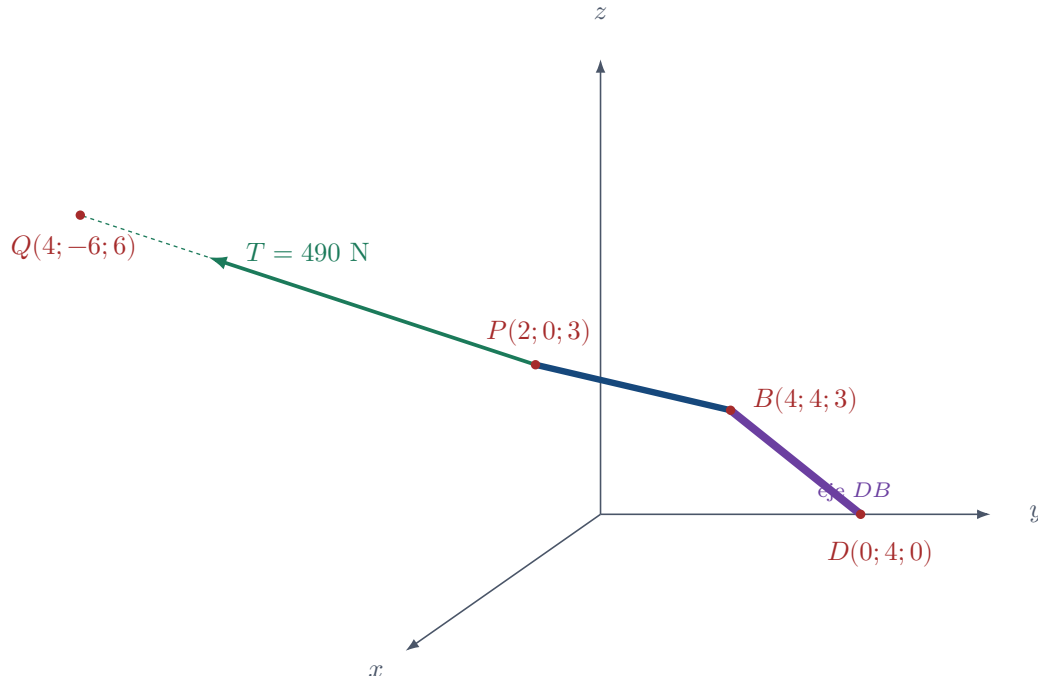
- Escribe como vector la fuerza que el cable ejerce sobre la pluma en A y determina sus ángulos directores.
- Determina el momento que esa fuerza produce respecto a la base O .
- Determina el momento respecto al eje x .



PUNTO 2 Momento respecto a una línea (20 puntos)

La barra doblada DBP está empotrada por el tramo DB , que va de $D(0; 4; 0)$ m a $B(4; 4; 3)$ m; de B sale el tramo BP hasta $P(2; 0; 3)$ m. En el extremo P se ata un cable que jala hacia $Q(4; -6; 6)$ m con una tensión de 490 N.

Determina el momento que esa tensión produce respecto a la línea DB .

**PUNTO 3 Llave de torsión (20 puntos)**

Al reducir cierto sistema de fuerzas al origen se obtuvo

$$\vec{\mathbf{R}} = 300 \hat{j} \text{ N} \quad \text{y} \quad \vec{\mathbf{M}}_O = 600 \hat{i} + 900 \hat{j} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

- Justifica por qué el sistema no se puede reducir a una sola fuerza.
- Determina el paso del tursor y el momento del tursor.
- Determina el punto donde el eje de la llave corta el plano xz .

SOLUCIONARIO — Simulacro 1

Punto 1

Ruta de solución

Receta del Taller 0: vector $A \rightarrow B$, longitud, unitario, por la tensión. Después el momento con $\vec{r}_{O \rightarrow A}$, que es el más cómodo porque A es donde está aplicada la fuerza. Y el momento respecto al eje x es simplemente la componente $\hat{i}$ del momento.

PASO 1 La fuerza del cable

$$\vec{r}_{A \rightarrow B} = 6\hat{i} + 6\hat{j} - 7\hat{k} \text{ m} \quad |\vec{r}_{A \rightarrow B}| = \sqrt{36 + 36 + 49} = \sqrt{121} = 11 \text{ m}$$

$$\vec{T} = \frac{1320}{11}(6\hat{i} + 6\hat{j} - 7\hat{k}) = 120(6\hat{i} + 6\hat{j} - 7\hat{k})$$

$$\vec{T} = 720\hat{i} + 720\hat{j} - 840\hat{k} \quad [\text{N}]$$

PASO 2 Ángulos directores

$$\cos \theta_x = \frac{720}{1320} = 0,5455 \quad \cos \theta_y = \frac{720}{1320} = 0,5455 \quad \cos \theta_z = \frac{-840}{1320} = -0,6364$$

$$\theta_x = 56,94^\circ \quad \theta_y = 56,94^\circ \quad \theta_z = 129,53^\circ$$

PASO 3 Momento respecto a O

Con $\vec{r}_{O \rightarrow A} = 9\hat{k}$, que tiene dos ceros:

$$M_x = (0)(-840) - (9)(720) = -6480$$

$$M_y = (9)(720) - (0)(-840) = 6480$$

$$M_z = (0)(720) - (0)(720) = 0$$

$$\vec{M}_O = -6480\hat{i} + 6480\hat{j} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad |\vec{M}_O| = 6480\sqrt{2} = 9164,15 \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 4 Momento respecto al eje x

$$M_x = \vec{M}_O \cdot \hat{i} = -6480 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Respuesta: $\vec{T} = 720\hat{i} + 720\hat{j} - 840\hat{k}$ N, con $\theta_x = \theta_y = 56,94^\circ$ y $\theta_z = 129,53^\circ$; $\vec{M}_O = -6480\hat{i} + 6480\hat{j}$ N·m; $M_x = -6480$ N·m. Que $M_z = 0$ dice que el cable no puede hacer girar la pluma alrededor de su propio eje vertical: la fuerza está aplicada sobre ese mismo eje.

Chequeo de sentido común

$$|\vec{T}| = \sqrt{720^2 + 720^2 + 840^2} = \sqrt{518\,400 + 518\,400 + 705\,600} = \sqrt{1\,742\,400} = 1320 \text{ N}. \quad \checkmark$$

$$\vec{M}_O \cdot \vec{T} = (-6480)(720) + (6480)(720) + (0)(-840) = 0. \quad \checkmark$$

Punto 2

Ruta de solución

Tres piezas: la fuerza, el unitario del eje DB y un vector de posición que vaya de un punto del eje a un punto de la línea de acción. Escojo D (está sobre el eje) y P (está sobre la fuerza). Después, producto cruz y proyección.

PASO 1 La fuerza

$$\vec{r}_{P \rightarrow Q} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k} \text{ m} \quad |\vec{r}_{P \rightarrow Q}| = \sqrt{4 + 36 + 9} = 7 \text{ m}$$

$$\vec{T} = \frac{490}{7}(2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}) = 140\hat{i} - 420\hat{j} + 210\hat{k} \quad [\text{N}]$$

PASO 2 Unitario del eje

$$\vec{r}_{D \rightarrow B} = 4\hat{i} + 0\hat{j} + 3\hat{k} \text{ m} \quad |\vec{r}_{D \rightarrow B}| = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ m} \quad \hat{\lambda}_{DB} = 0,8\hat{i} + 0,6\hat{k}$$

PASO 3 Momento respecto a D

Con $\vec{r}_{D \rightarrow P} = (2 - 0)\hat{i} + (0 - 4)\hat{j} + (3 - 0)\hat{k} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$:

$$M_x = (-4)(210) - (3)(-420) = -840 + 1260 = 420$$

$$M_y = (3)(140) - (2)(210) = 420 - 420 = 0$$

$$M_z = (2)(-420) - (-4)(140) = -840 + 560 = -280$$

$$\vec{M}_D = 420\hat{i} - 280\hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

PASO 4 Proyecta sobre el eje

$$M_{DB} = \vec{M}_D \cdot \hat{\lambda}_{DB} = (420)(0,8) + (0)(0) + (-280)(0,6) = 336 - 168$$

$$M_{DB} = 168 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Respuesta: $M_{DB} = 168 \text{ N} \cdot \text{m}$, positivo: el cable hace girar la barra alrededor del eje DB en el sentido de la mano derecha con el pulgar apuntando de D hacia B .

Chequeo de sentido común

Repita usando B en vez de D : $\vec{r}_{B \rightarrow P} = -2\hat{i} - 4\hat{j} + 0\hat{k}$, de donde $\vec{M}_B = (-4)(210) - 0 = -840$ en $\hat{i}$, $0 - (-2)(210) = 420$ en $\hat{j}$, $(-2)(-420) - (-4)(140) = 1400$ en $\hat{k}$; es decir $\vec{M}_B = (-840; 420; 1400)$. Proyectando: $(-840)(0,8) + (1400)(0,6) = -672 + 840 = 168 \text{ N} \cdot \text{m}$. ✓ Momentos distintos, misma proyección.

Punto 3

Ruta de solución

La prueba del producto punto decide. Como va a dar distinto de cero, aplico la receta: unitario, proyección, paso, momento del torsor, momento perpendicular y ecuación del eje con $y = 0$.

PASO 1 La prueba

$$\vec{M}_O \cdot \vec{R} = (600)(0) + (900)(300) + (0)(0) = 270\,000 \neq 0$$

No es cero, así que **no** existe ninguna posición de $\vec{R}$ sola que reproduzca el sistema: hay torsor.

PASO 2 Paso y momento del torsor

$$|\vec{R}| = 300 \text{ N} \quad \hat{\lambda} = \hat{j} \quad M_{\parallel} = \vec{M}_O \cdot \hat{j} = 900 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$p = \frac{900 \text{ N} \cdot \text{m}}{300 \text{ N}} = 3,00 \text{ m} \quad \vec{M}_{\text{torsor}} = 900 \hat{j} \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 3 Momento perpendicular

$$\vec{M}_{\perp} = \vec{M}_O - \vec{M}_{\text{torsor}} = (600; 900; 0) - (0; 900; 0) = 600 \hat{i} \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 4 El eje, con $y = 0$

Con $\vec{r} = (x; 0; z)$:

$$(x; 0; z) \times (0; 300; 0) = (-300z; 0; 300x) = (600; 0; 0)$$

$$-300z = 600 \implies z = -2,00 \text{ m} \quad 300x = 0 \implies x = 0$$

Respuesta: (a) Porque $\vec{M}_O \cdot \vec{R} = 270\,000 \neq 0$. (b) $p = 3,00 \text{ m}$ y $\vec{M}_{\text{torsor}} = 900 \hat{j} \text{ N} \cdot \text{m}$. (c) El eje corta el plano xz en $(0; 0; -2,00) \text{ m}$.

Chequeo de sentido común

$$\vec{M}_{\text{torsor}} + \vec{r} \times \vec{R} = 900 \hat{j} + (0; 0; -2) \times (0; 300; 0) = 900 \hat{j} + 600 \hat{i}, \text{ que es exactamente } \vec{M}_O. \checkmark$$

Respuestas rápidas — Simulacro 1

- | | |
|----------|---|
| 1 | $\vec{T} = 720\hat{i} + 720\hat{j} - 840\hat{k} \text{ N}; \quad \theta_x = \theta_y = 56,94^\circ, \theta_z = 129,53^\circ; \quad \vec{M}_O = -6480\hat{i} + 6480\hat{j} \text{ N} \cdot \text{m}; \quad M_x = -6480 \text{ N} \cdot \text{m}$ |
| 2 | $\vec{T} = 140\hat{i} - 420\hat{j} + 210\hat{k} \text{ N}; \quad \vec{M}_D = 420\hat{i} - 280\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}; \quad M_{DB} = 168 \text{ N} \cdot \text{m}$ |
| 3 | Hay torsor; $p = 3,00 \text{ m}; \quad \vec{M}_{\text{torsor}} = 900 \hat{j} \text{ N} \cdot \text{m}; \quad \text{el eje corta el plano } xz \text{ en } (0; 0; -2,00) \text{ m}$ |

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá
 Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica
 Principios de Estática 2016640

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 2

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

Duración: 100 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

Cómo hacer este simulacro

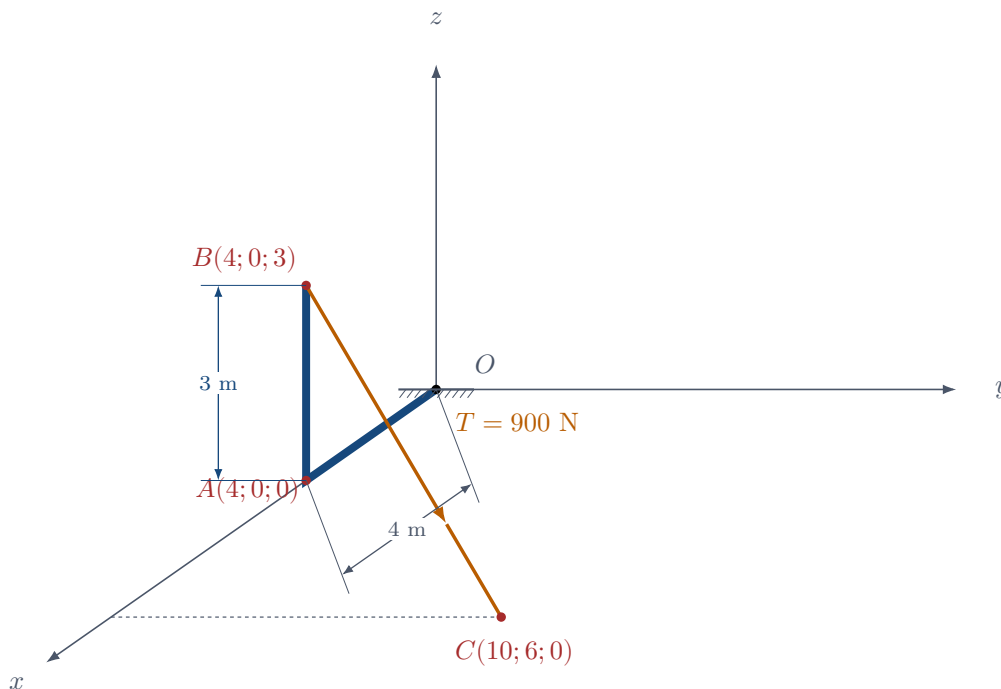
Cronómetro en 100 minutos, sin apuntes y sin parar. Este simulacro sube un escalón respecto al 1: el punto 2 tiene el eje *oblicuo* (no coincide con ningún eje coordenado) y el punto 3 te obliga a construir tú mismo la reducción antes de aplicar la receta del torsor.

Si te quedas trabado más de 10 minutos en un punto, pasa al siguiente y vuelve. En el parcial real esa decisión vale más que cualquier fórmula.

PUNTO 1 Tubo acodado con cable (20 puntos)

El tubo OAB sale del empotramiento O a lo largo del eje x hasta $A(4; 0; 0)$ m y luego sube hasta $B(4; 0; 3)$ m. En B se ata un cable que llega al anclaje $C(10; 6; 0)$ m con una tensión de 900 N.

- Escribe la fuerza del cable como vector y determina sus ángulos directores.
- Determina el momento respecto a O .
- Determina el momento respecto al eje OA .

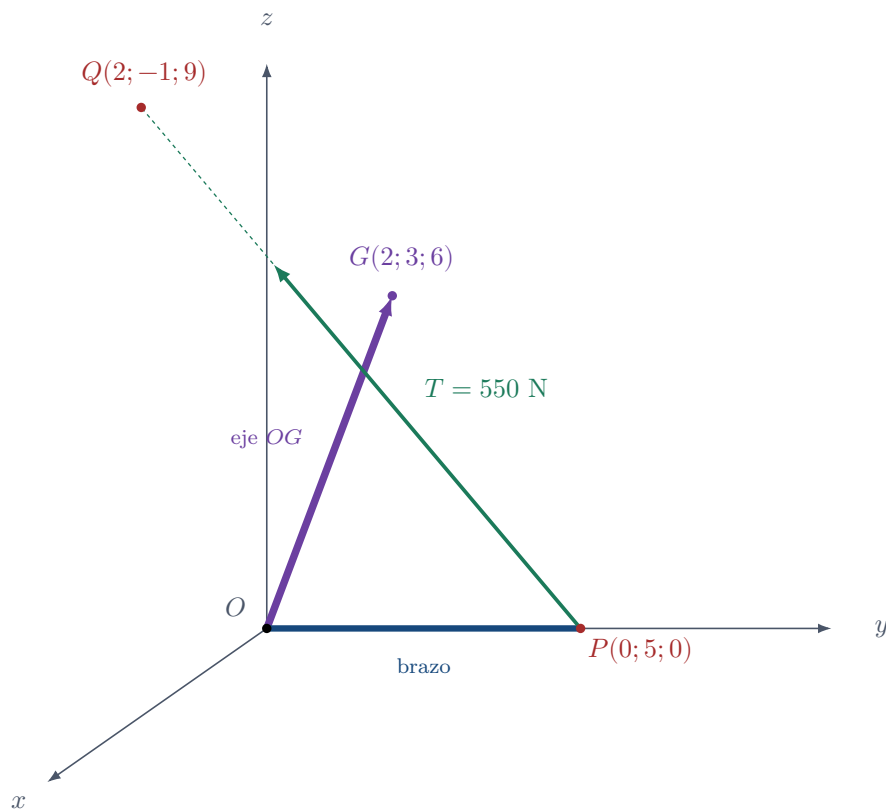


PUNTO 2 Momento respecto a un eje oblicuo (20 puntos)

Una flecha rígida OG gira alrededor de su propio eje; G está en $(2; 3; 6)$ m. A la flecha se le soldó

un brazo que llega hasta $P(0; 5; 0)$ m, y en P se ata un cable que va hacia $Q(2; -1; 9)$ m con una tensión de 550 N.

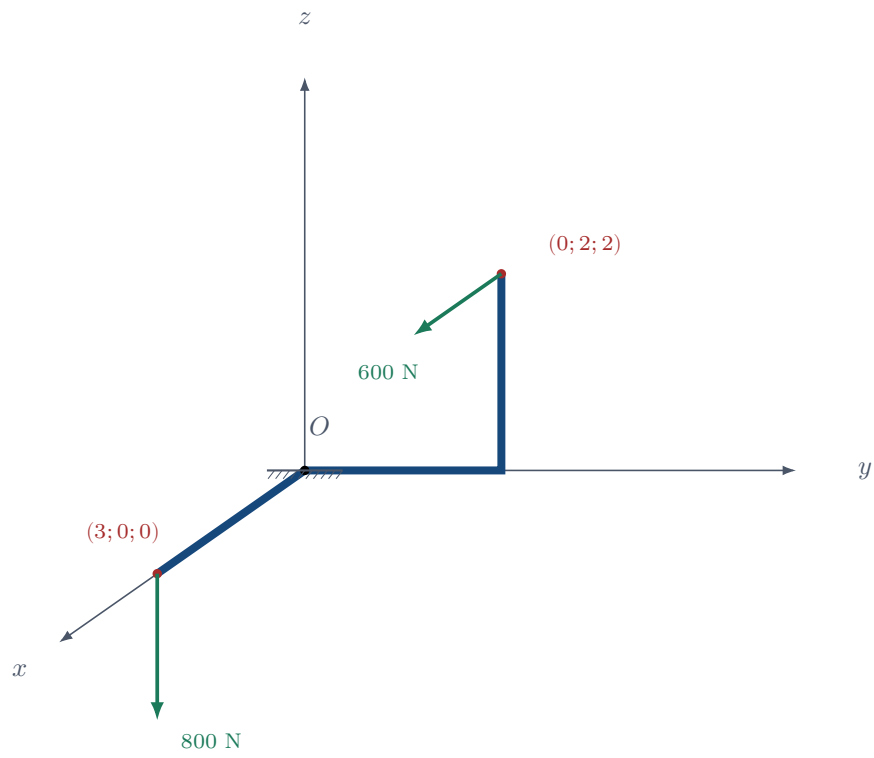
Determina el momento de esa tensión respecto al eje OG .



PUNTO 3 Llave de torsión (20 puntos)

Sobre la estructura en L actúan dos fuerzas: una de 800 N hacia abajo aplicada en el extremo del brazo horizontal, en $(3; 0; 0)$ m, y otra de 600 N en la dirección $+x$ aplicada en el tope del montante, en $(0; 2; 2)$ m.

- Reduce el sistema a una fuerza y un par en O y comprueba que hay torsor.
- Determina el paso y el momento del torsor.
- Determina dónde el eje de la llave corta el plano xy .



SOLUCIONARIO — Simulacro 2

Punto 1

PASO 1 La fuerza del cable

$$\vec{r}_{B \rightarrow C} = 6\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k} \text{ m} \quad |\vec{r}_{B \rightarrow C}| = \sqrt{36 + 36 + 9} = \sqrt{81} = 9 \text{ m}$$

$$\vec{T} = \frac{900}{9}(6\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}) = 100(6\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k})$$

$$\vec{T} = 600\hat{i} + 600\hat{j} - 300\hat{k} \quad [\text{N}]$$

PASO 2 Ángulos directores

$$\cos \theta_x = \cos \theta_y = \frac{600}{900} = 0,6667 \quad \cos \theta_z = \frac{-300}{900} = -0,3333$$

$$\theta_x = \theta_y = 48,19^\circ \quad \theta_z = 109,47^\circ$$

PASO 3 Momento respecto a O

Con $\vec{r}_{O \rightarrow B} = 4\hat{i} + 0\hat{j} + 3\hat{k}$:

$$M_x = (0)(-300) - (3)(600) = -1800$$

$$M_y = (3)(600) - (4)(-300) = 1800 + 1200 = 3000$$

$$M_z = (4)(600) - (0)(600) = 2400$$

$$\vec{M}_O = -1800\hat{i} + 3000\hat{j} + 2400\hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

$$|\vec{M}_O| = 4242,64 \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 4 Momento respecto al eje OA

El eje OA va a lo largo de x , así que $\hat{\lambda}_{OA} = \hat{i}$:

$$M_{OA} = \vec{M}_O \cdot \hat{i} = -1800 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Respuesta: $\vec{T} = 600\hat{i} + 600\hat{j} - 300\hat{k} \text{ N}$, con $\theta_x = \theta_y = 48,19^\circ$ y $\theta_z = 109,47^\circ$; $\vec{M}_O = -1800\hat{i} + 3000\hat{j} + 2400\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}$ (4242,64 N · m); $M_{OA} = -1800 \text{ N} \cdot \text{m}$.

El atajo

Para la parte (c) bastaba con $\vec{r}_{A \rightarrow B} = 3\hat{k}$, porque A también está sobre el eje: $\vec{M}_A = 3\hat{k} \times (600; 600; -300) = (-1800; 1800; 0)$, y su componente $\hat{i}$ es $-1800 \text{ N} \cdot \text{m}$. Dos multiplicaciones en vez de nueve.

Chequeo de sentido común

$$|\vec{T}| = \sqrt{600^2 + 600^2 + 300^2} = \sqrt{810\,000} = 900 \text{ N} \quad \checkmark \quad \text{y} \quad \vec{M}_O \cdot \vec{T} = (-1800)(600) + (3000)(600) + (2400)(-300) = -1\,080\,000 + 1\,800\,000 - 720\,000 = 0 \quad \checkmark$$

Punto 2

PASO 1 Unitario del eje

$$\vec{r}_{O \rightarrow G} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k} \text{ m} \quad |\vec{r}_{O \rightarrow G}| = \sqrt{4 + 9 + 36} = 7 \text{ m} \quad \hat{\lambda}_{OG} = \frac{1}{7}(2; 3; 6)$$

PASO 2 La fuerza

$$\vec{r}_{P \rightarrow Q} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k} \text{ m} \quad |\vec{r}_{P \rightarrow Q}| = \sqrt{4 + 36 + 81} = \sqrt{121} = 11 \text{ m}$$

$$\vec{T} = \frac{550}{11}(2\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}) = 100\hat{i} - 300\hat{j} + 450\hat{k} \quad [\text{N}]$$

PASO 3 Momento respecto a O

Con $\vec{r}_{O \rightarrow P} = 5\hat{j}$, que tiene dos ceros:

$$M_x = (5)(450) - (0)(-300) = 2250$$

$$M_y = (0)(100) - (0)(450) = 0$$

$$M_z = (0)(-300) - (5)(100) = -500$$

$$\vec{M}_O = 2250\hat{i} - 500\hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad |\vec{M}_O| = 2304,89 \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 4 Proyecta sobre el eje

$$M_{OG} = \vec{M}_O \cdot \hat{\lambda}_{OG} = \frac{(2250)(2) + (0)(3) + (-500)(6)}{7} = \frac{4\,500 - 3\,000}{7} = \frac{1\,500}{7}$$

$$M_{OG} = 214,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Respuesta: $M_{OG} = 214,29 \text{ N} \cdot \text{m}$, positivo: la flecha gira en el sentido de la mano derecha con el pulgar de O hacia G.

Chequeo de sentido común

$|M_{OG}| = 214,29 \leq |\vec{M}_O| = 2304,89$. ✓ Una proyección nunca supera al vector proyectado. Aquí se proyecta muy poco: casi todo el momento ($2304,89 \text{ N} \cdot \text{m}$) flexiona la flecha, y solo $214,29 \text{ N} \cdot \text{m}$ la hacen girar. Eso pasa porque $\vec{M}_O$ y el eje OG están casi perpendiculares entre sí.

Punto 3

PASO 1 Reducción al origen

$$\vec{R} = (0; 0; -800) + (600; 0; 0) = 600\hat{i} - 800\hat{k} \text{ N} \quad |\vec{R}| = \sqrt{360\,000 + 640\,000} = 1000 \text{ N}$$

$$\vec{M}_O = (3; 0; 0) \times (0; 0; -800) + (0; 2; 2) \times (600; 0; 0)$$

Primer producto: $M_x = 0$, $M_y = (0)(0) - (3)(-800) = 2400$, $M_z = 0$.

Segundo: $M_x = (2)(0) - (2)(0) = 0$, $M_y = (2)(600) - (0)(0) = 1200$, $M_z = (0)(0) - (2)(600) = -1200$.

$$\vec{M}_O = 3600\hat{j} - 1200\hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

PASO 2 La prueba

$$\vec{M}_O \cdot \vec{R} = (0)(600) + (3600)(0) + (-1200)(-800) = 960\,000 \neq 0$$

Hay torsor.

PASO 3 Paso y momento del torsor

$$\hat{\lambda} = \frac{(600; 0; -800)}{1000} = (0,6; 0; -0,8)$$

$$M_{\parallel} = \vec{M}_O \cdot \hat{\lambda} = (0)(0,6) + (3600)(0) + (-1200)(-0,8) = 960 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$p = \frac{960}{1000} = 0,96 \text{ m} \quad \vec{M}_{\text{torsor}} = 960 (0,6; 0; -0,8) = (576; 0; -768) \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 4 Momento perpendicular y eje

$$\vec{M}_{\perp} = (0 - 576; 3600 - 0; -1200 + 768) = (-576; 3600; -432) \text{ N} \cdot \text{m}$$

Con $\vec{r} = (x; y; 0)$:

$$(x; y; 0) \times (600; 0; -800) = (-800y; 800x; -600y)$$

$$-800y = -576 \Rightarrow y = 0,72 \text{ m} \quad 800x = 3600 \Rightarrow x = 4,50 \text{ m}$$

$$(\text{control}) \quad -600(0,72) = -432 \checkmark$$

Respuesta: $\vec{R} = 600\hat{i} - 800\hat{k}$ N (1000 N) y $\vec{M}_O = 3600\hat{j} - 1200\hat{k}$ N·m; hay torsor con paso $p = 0,96$ m y $\vec{M}_{\text{torsor}} = 576\hat{i} - 768\hat{k}$ N·m. El eje de la llave corta el plano xy en $(4,50; 0,72; 0)$ m.

Chequeo de sentido común

$$\vec{M}_{\text{torsor}} + \vec{r} \times \vec{R} = (576; 0; -768) + (-576; 3600; -432) = (0; 3600; -1200) = \vec{M}_O. \checkmark$$

$$\text{Y } \vec{M}_{\text{torsor}} = p \vec{R}: 0,96 \times (600; 0; -800) = (576; 0; -768). \checkmark$$

Respuestas rápidas — Simulacro 2

$$1 \quad \vec{T} = 600\hat{i} + 600\hat{j} - 300\hat{k} \text{ N}; \quad \theta_x = \theta_y = 48,19^\circ, \theta_z = 109,47^\circ; \quad \vec{M}_O = -1800\hat{i} + 3000\hat{j} + 2400\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m} \quad (4242,64 \text{ N} \cdot \text{m}); \quad M_{OA} = -1800 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$2 \quad \vec{T} = 100\hat{i} - 300\hat{j} + 450\hat{k} \text{ N}; \quad \vec{M}_O = 2250\hat{i} - 500\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}; \quad M_{OG} = 214,29 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$3 \quad \vec{R} = 600\hat{i} - 800\hat{k} \text{ N}; \quad \vec{M}_O = 3600\hat{j} - 1200\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}; \quad p = 0,96 \text{ m}; \quad \vec{M}_{\text{torsor}} = 576\hat{i} - 768\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}; \quad \text{eje por } (4,50; 0,72; 0) \text{ m}$$

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá
 Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica
 Principios de Estática 2016640

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 3

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

Duración: 100 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

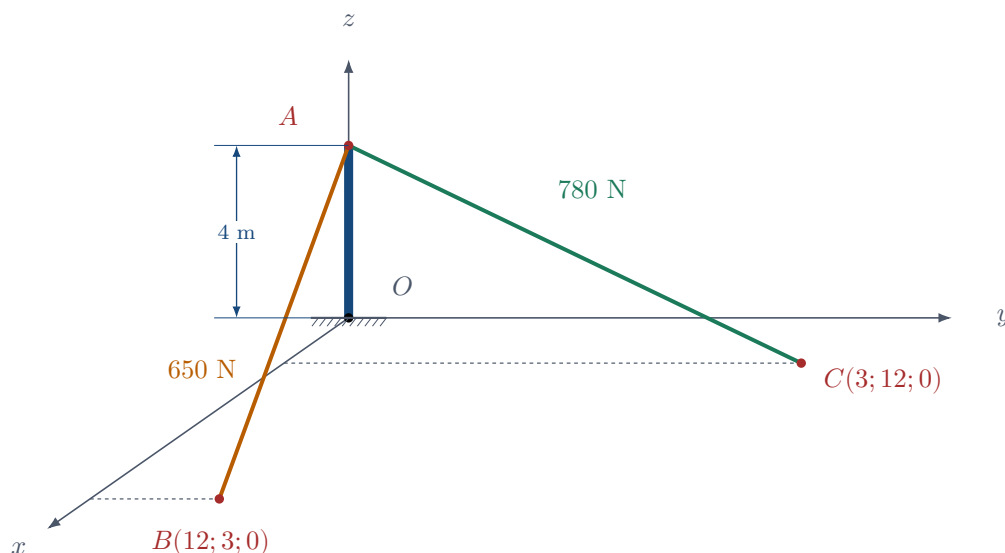
Cómo hacer este simulacro

Cronómetro en 100 minutos, sin apuntes. Este simulacro es **más duro que el parcial real**: el punto 1 pide combinar dos cables en una resultante antes de tomar momentos, y el punto 3 mete un par aplicado en medio del torsor, que es donde más gente pierde el punto. Si lo sacas completo en el tiempo, el parcial no te va a sorprender.

PUNTO 1 Mástil con dos tensores (20 puntos)

El mástil OA mide 4 m y está tensado por dos cables que salen de $A(0; 0; 4)$ m hacia los anclajes $B(12; 3; 0)$ m y $C(3; 12; 0)$ m. Las tensiones valen 650 N y 780 N respectivamente.

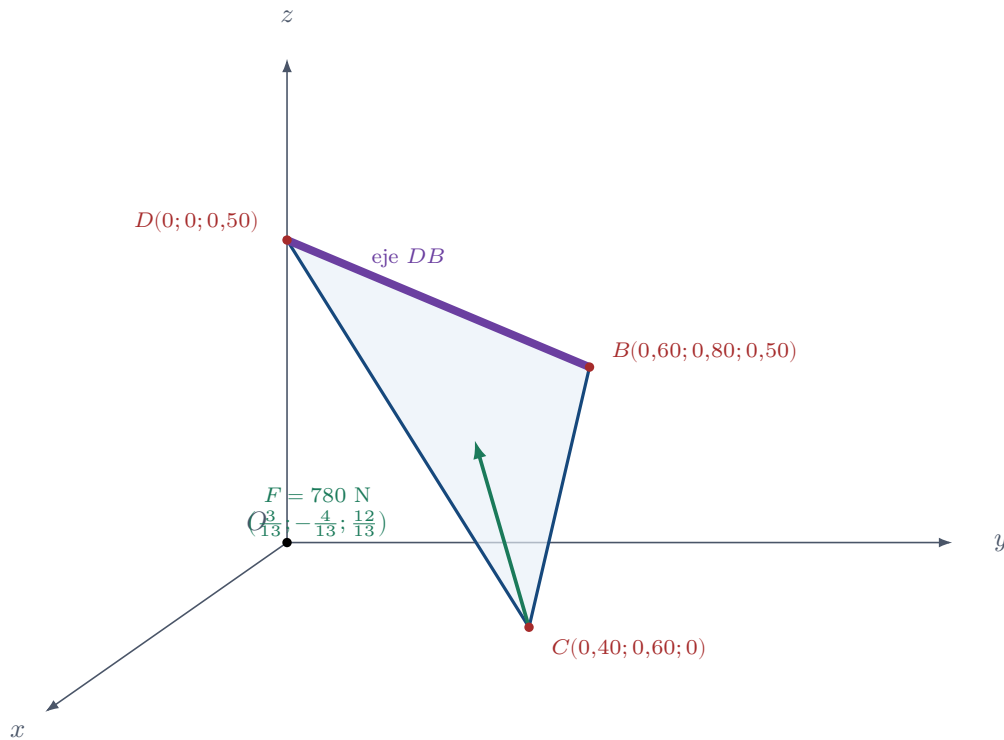
- Escribe las dos fuerzas como vectores.
- Determina la resultante que los cables ejercen sobre A , su magnitud y sus ángulos directores.
- Determina el momento que esa resultante produce respecto a la base O .



PUNTO 2 Momento respecto a una línea (20 puntos)

La placa DBC está articulada a lo largo de la línea DB . Los tres vértices son $D(0; 0; 0,50)$ m, $B(0,60; 0,80; 0,50)$ m y $C(0,40; 0,60; 0)$ m. En el vértice C actúa una fuerza de 780 N cuyos cosenos directores valen $\frac{3}{13}$, $-\frac{4}{13}$ y $\frac{12}{13}$.

Determina el momento de esa fuerza respecto a la línea DB e interpreta el signo.

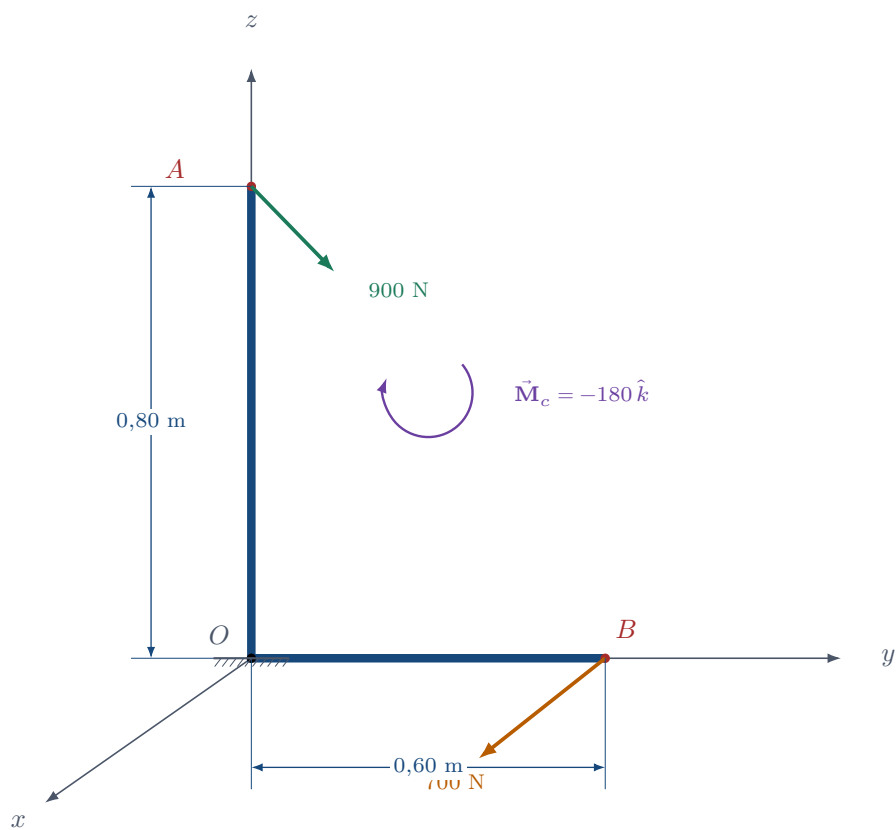


PUNTO 3 Llave de torsión con un par aplicado (20 puntos)

Sobre el soporte en L actúan:

- una fuerza de 900 N en $A(0; 0; 0,80)$ m, con cosenos directores $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3})$;
- una fuerza de 700 N en $B(0; 0,60; 0)$ m, con cosenos directores $(\frac{6}{7}; -\frac{3}{7}; \frac{2}{7})$;
- un par $\vec{M}_c = -180 \hat{k} \text{ N}\cdot\text{m}$.

Reduce el sistema a una llave de torsión, indica su paso y determina dónde el eje corta el plano xy .



SOLUCIONARIO — Simulacro 3

Punto 1

PASO 1 Las dos fuerzas

$$\begin{aligned}\vec{r}_{A \rightarrow B} &= 12\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k} \text{ m}, & |\vec{r}_{A \rightarrow B}| &= \sqrt{144 + 9 + 16} = 13 \text{ m} \\ \vec{T}_1 &= \frac{650}{13}(12; 3; -4) = 50(12; 3; -4) = 600\hat{i} + 150\hat{j} - 200\hat{k} \text{ N} \\ \vec{r}_{A \rightarrow C} &= 3\hat{i} + 12\hat{j} - 4\hat{k} \text{ m}, & |\vec{r}_{A \rightarrow C}| &= \sqrt{9 + 144 + 16} = 13 \text{ m} \\ \vec{T}_2 &= \frac{780}{13}(3; 12; -4) = 60(3; 12; -4) = 180\hat{i} + 720\hat{j} - 240\hat{k} \text{ N}\end{aligned}$$

PASO 2 Resultante

$$\boxed{\vec{R} = 780\hat{i} + 870\hat{j} - 440\hat{k} \quad [\text{N}]}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{608\,400 + 756\,900 + 193\,600} = \sqrt{1\,558\,900} = 1248,56 \text{ N}$$

PASO 3 Ángulos directores de la resultante

$$\cos \theta_x = \frac{780}{1248,56} = 0,6247 \quad \cos \theta_y = \frac{870}{1248,56} = 0,6968 \quad \cos \theta_z = \frac{-440}{1248,56} = -0,3524$$

$$\theta_x = 51,34^\circ \quad \theta_y = 45,83^\circ \quad \theta_z = 110,63^\circ$$

PASO 4 Momento respecto a O

Con $\vec{r}_{O \rightarrow A} = 4\hat{k}$:

$$M_x = (0)(-440) - (4)(870) = -3480$$

$$M_y = (4)(780) - (0)(-440) = 3120$$

$$M_z = (0)(870) - (0)(780) = 0$$

$$\boxed{\vec{M}_O = -3480\hat{i} + 3120\hat{j} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]}$$

$$|\vec{M}_O| = 4673,84 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Respuesta: $\vec{T}_1 = 600\hat{i} + 150\hat{j} - 200\hat{k} \text{ N}$; $\vec{T}_2 = 180\hat{i} + 720\hat{j} - 240\hat{k} \text{ N}$; $\vec{R} = 780\hat{i} + 870\hat{j} - 440\hat{k} \text{ N}$ (1248,56 N) con $\theta_x = 51,34^\circ$, $\theta_y = 45,83^\circ$, $\theta_z = 110,63^\circ$; y $\vec{M}_O = -3480\hat{i} + 3120\hat{j} \text{ N} \cdot \text{m}$. La componente M_z vale cero porque las dos fuerzas se aplican en A, que está sobre el propio eje del mástil.

Chequeo de sentido común

$|\vec{R}| = 1248,56 \text{ N}$ tiene que ser menor que $650 + 780 = 1430 \text{ N}$. ✓ $\vec{M}_O \cdot \vec{R} = (-3480)(780) + (3120)(870) + (0)(-440) = -2\,714\,400 + 2\,714\,400 = 0$. ✓

Punto 2

PASO 1 La fuerza

$$\vec{F} = 780 \left(\frac{3}{13}; -\frac{4}{13}; \frac{12}{13} \right) = 60 (3; -4; 12) = 180\hat{i} - 240\hat{j} + 720\hat{k} \text{ N}$$

PASO 2 Unitario del eje

$$\vec{r}_{D \rightarrow B} = 0,60\hat{i} + 0,80\hat{j} + 0\hat{k} \text{ m} \quad |\vec{r}_{D \rightarrow B}| = \sqrt{0,36 + 0,64} = 1,00 \text{ m}$$

$$\hat{\lambda}_{DB} = 0,60\hat{i} + 0,80\hat{j}$$

PASO 3 Momento respecto a D

Con $\vec{r}_{D \rightarrow C} = 0,40\hat{i} + 0,60\hat{j} - 0,50\hat{k}$:

$$M_x = (0,60)(720) - (-0,50)(-240) = 432 - 120 = 312$$

$$M_y = (-0,50)(180) - (0,40)(720) = -90 - 288 = -378$$

$$M_z = (0,40)(-240) - (0,60)(180) = -96 - 108 = -204$$

$$\vec{M}_D = 312\hat{i} - 378\hat{j} - 204\hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

PASO 4 Proyecta

$$M_{DB} = (312)(0,60) + (-378)(0,80) + (-204)(0) = 187,2 - 302,4$$

$$M_{DB} = -115,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Respuesta: $M_{DB} = -115,2 \text{ N} \cdot \text{m}$. El signo negativo dice que la fuerza hace girar la placa alrededor de la articulación DB en sentido *contrario* al de la mano derecha con el pulgar apuntando de D hacia B. En magnitud, la placa tiende a abrirse con $115,2 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Chequeo de sentido común

$$|\vec{F}| = \sqrt{180^2 + 240^2 + 720^2} = \sqrt{32\,400 + 57\,600 + 518\,400} = \sqrt{608\,400} = 780 \text{ N}. \quad \checkmark$$

$$\vec{M}_D \cdot \vec{F} = (312)(180) + (-378)(-240) + (-204)(720) = 56\,160 + 90\,720 - 146\,880 = 0. \quad \checkmark$$

Punto 3

PASO 1 Las fuerzas

$$\vec{F}_1 = 900 \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3} \right) = 300\hat{i} + 600\hat{j} - 600\hat{k} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = 700 \left(\frac{6}{7}; -\frac{3}{7}; \frac{2}{7} \right) = 600\hat{i} - 300\hat{j} + 200\hat{k} \text{ N}$$

PASO 2 Resultante

$$\vec{R} = 900\hat{i} + 300\hat{j} - 400\hat{k} \quad [\text{N}]$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{810\,000 + 90\,000 + 160\,000} = 1029,56 \text{ N}$$

PASO 3 Momento respecto a O (¡con el par!)

Con $\vec{r}_{O \rightarrow A} = 0,80 \hat{k}$ y $\vec{r}_{O \rightarrow B} = 0,60 \hat{j}$:

$$0,80 \hat{k} \times \vec{F}_1 = ((0)(-600) - (0,8)(600); (0,8)(300) - 0; 0) = (-480; 240; 0)$$

$$0,60 \hat{j} \times \vec{F}_2 = ((0,6)(200) - 0; 0 - 0; 0 - (0,6)(600)) = (120; 0; -360)$$

$$\vec{M}_O = (-480; 240; 0) + (120; 0; -360) + (0; 0; -180)$$

$$\vec{M}_O = -360 \hat{i} + 240 \hat{j} - 540 \hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

PASO 4 La prueba

$$\vec{M}_O \cdot \vec{R} = (-360)(900) + (240)(300) + (-540)(-400) = -324\,000 + 72\,000 + 216\,000 = -36\,000 \neq 0$$

Hay torsor.

PASO 5 Paso y momento del torsor

$$\hat{\lambda} = \frac{(900; 300; -400)}{1029,56} = (0,8742; 0,2914; -0,3885)$$

$$M_{\parallel} = \frac{-36\,000}{1029,56} = -34,97 \text{ N} \cdot \text{m} \quad p = \frac{-34,97}{1029,56} = -0,0340 \text{ m}$$

$$\vec{M}_{\text{torsor}} = -34,97 (0,8742; 0,2914; -0,3885) = (-30,57; -10,19; 13,58) \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 6 Momento perpendicular y eje

$$\vec{M}_{\perp} = (-360 + 30,57; 240 + 10,19; -540 - 13,58) = (-329,43; 250,19; -553,58) \text{ N} \cdot \text{m}$$

Con $\vec{r} = (x; y; 0)$:

$$(x; y; 0) \times (900; 300; -400) = (-400y; 400x; 300x - 900y)$$

$$-400y = -329,43 \Rightarrow y = 0,8236 \text{ m} \quad 400x = 250,19 \Rightarrow x = 0,6255 \text{ m}$$

$$(\text{control}) \quad 300(0,6255) - 900(0,8236) = 187,6 - 741,2 = -553,6 \checkmark$$

Respuesta: Hay torsor: $\vec{R} = 900\hat{i} + 300\hat{j} - 400\hat{k}$ N (1029,56 N), $\vec{M}_{\text{torsor}} = -30,57\hat{i} - 10,19\hat{j} + 13,58\hat{k}$ N·m y paso $p = -0,0340$ m. El eje corta el plano xy en $(0,6255; 0,8236; 0)$ m. El paso negativo (y muy pequeño) dice que el sistema es casi una fuerza pura: apenas 35 N·m de los 700 N·m de momento total son imposibles de eliminar.

Si olvidas el par de $-180\hat{k}$

$\vec{M}_O$ te daría $(-360; 240; -360)$, el producto punto daría $-108\,000$ en vez de $-36\,000$, y el paso te saldría $-0,1019$ m en vez de $-0,0340$ m: **tres veces** el valor correcto. Y el punto del eje se corre por completo. Ese es el precio de olvidar una línea.

Chequeo de sentido común

$$\vec{M}_{\text{torsor}} + \vec{r} \times \vec{R} = (-30,57; -10,19; 13,58) + (-329,43; 250,19; -553,58) = (-360,0; 240,0; -540,0) = \vec{M}_O. \checkmark$$

Respuestas rápidas — Simulacro 3

- 1 $\vec{T}_1 = 600\hat{i} + 150\hat{j} - 200\hat{k}$ N; $\vec{T}_2 = 180\hat{i} + 720\hat{j} - 240\hat{k}$ N; $\vec{R} = 780\hat{i} + 870\hat{j} - 440\hat{k}$ N (1248,56 N); $\theta_x = 51,34^\circ$, $\theta_y = 45,83^\circ$, $\theta_z = 110,63^\circ$; $\vec{M}_O = -3480\hat{i} + 3120\hat{j}$ N·m
- 2 $\vec{F} = 180\hat{i} - 240\hat{j} + 720\hat{k}$ N; $\vec{M}_D = 312\hat{i} - 378\hat{j} - 204\hat{k}$ N·m; $M_{DB} = -115,2$ N · m
- 3 $\vec{R} = 900\hat{i} + 300\hat{j} - 400\hat{k}$ N; $\vec{M}_O = -360\hat{i} + 240\hat{j} - 540\hat{k}$ N·m; $p = -0,0340$ m; $\vec{M}_{\text{torsor}} = -30,57\hat{i} - 10,19\hat{j} + 13,58\hat{k}$ N·m; eje por (0,6255; 0,8236; 0) m

Universidad Nacional de Colombia — Sede Bogotá
Facultad de Ingeniería — Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica
Principios de Estática 2016640

SIMULACRO DE PARCIAL 1 — N.º 4

Nombre: _____ Código: _____ Nota: _____

Duración: 100 minutos • Tres puntos de igual valor • Escribe unidades en todo resultado.

Cómo hacer este simulacro

Este es el más duro de los cuatro y está deliberadamente por encima del parcial real. Tres trampas montadas a propósito:

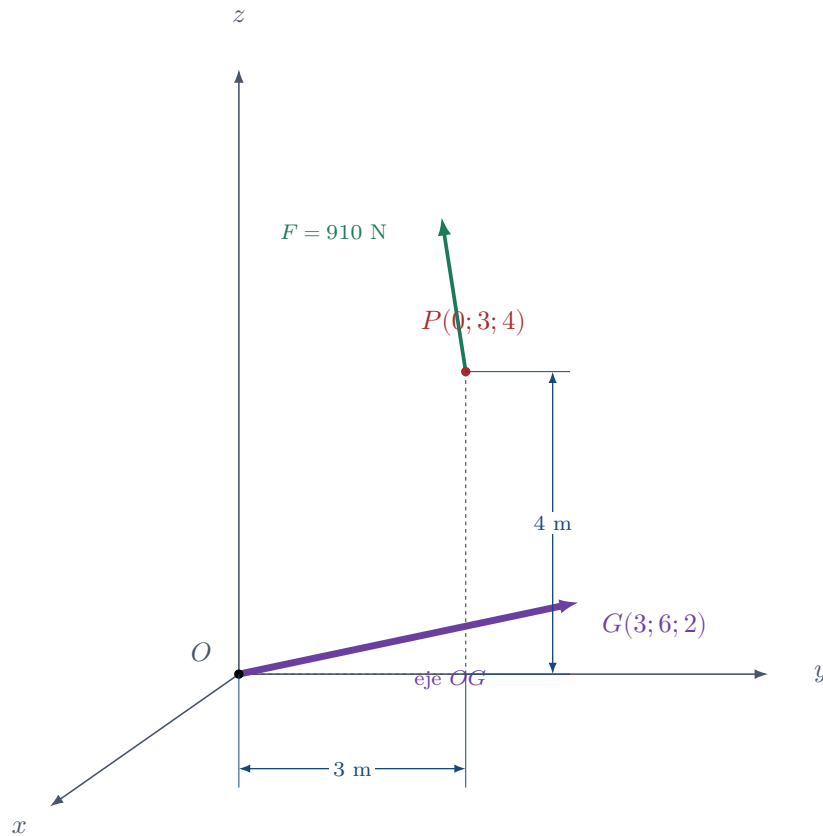
1. El punto 1 te da dos ángulos directores y te obliga a decidir el signo del tercero.
2. El punto 2 *sí* se reduce a una sola fuerza, pero solo lo sabes si haces la prueba del producto punto. Si arrancas con la receta del torsor, pierdes diez minutos.
3. El punto 3 tiene **tres** fuerzas: más aritmética y más oportunidades de equivocarse de signo.

Cronómetro en 100 minutos. Si lo sacas, estás listo.

PUNTO 1 Fuerza por ángulos directores (20 puntos)

Una fuerza de 910 N está aplicada en el punto $P(0; 3; 4)$ m. Forma 62° con el eje x y 48° con el eje z , y su ángulo con el eje y es **obtuso**.

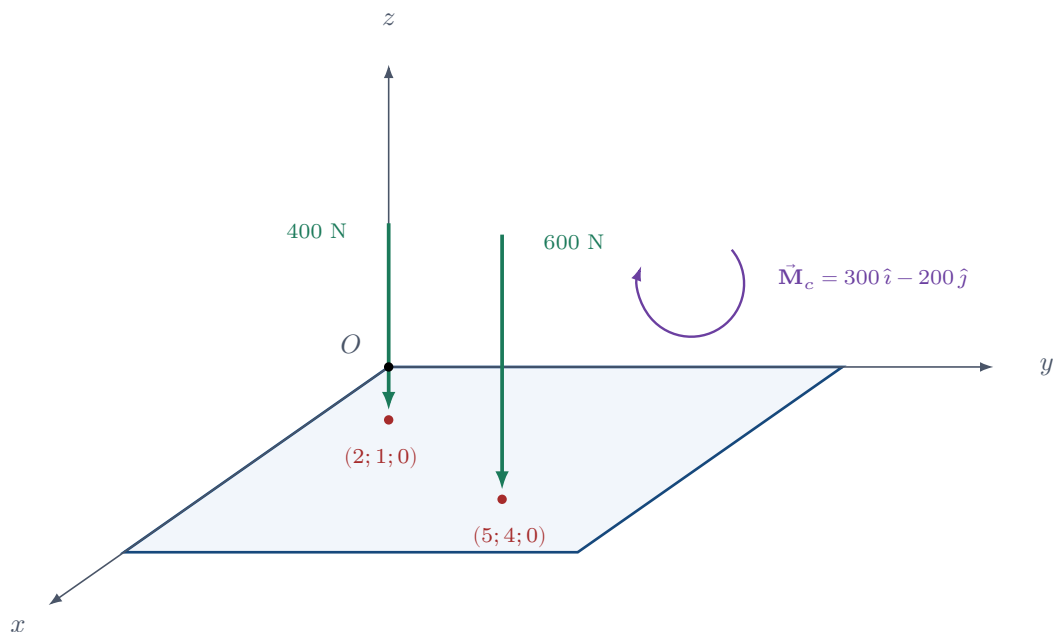
- (a) Determina θ_y y escribe la fuerza en componentes.
- (b) Determina el momento respecto al origen.
- (c) Determina el momento respecto a la línea OG , con $G(3; 6; 2)$ m.



PUNTO 2 ¿Fuerza única o torsor? (20 puntos)

Sobre una plataforma horizontal actúan dos cargas verticales hacia abajo —400 N en $(2; 1; 0)$ m y 600 N en $(5; 4; 0)$ m— y además un par aplicado $\vec{M}_c = 300\hat{i} - 200\hat{j} \text{ N}\cdot\text{m}$.

- Reduce el sistema a una fuerza y un par en el origen.
- Decide, con la prueba del producto punto, si el sistema se reduce a una sola fuerza.
- Si se puede, determina por qué punto del plano xy pasa esa fuerza única.

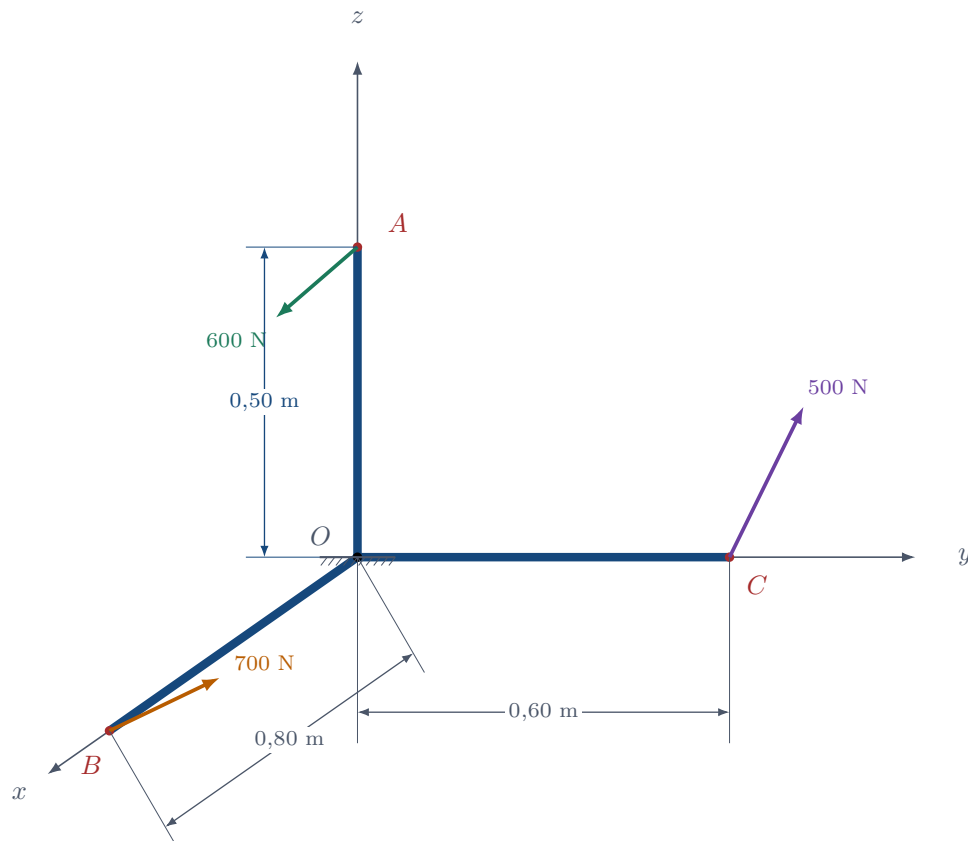


PUNTO 3 Llave de torsión con tres fuerzas (20 puntos)

Sobre el soporte de tres brazos actúan:

- 600 N en $A(0; 0; 0,50)$ m, con cosenos directores $(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3})$;
- 700 N en $B(0,80; 0; 0)$ m, con cosenos directores $(\frac{2}{7}; \frac{6}{7}; \frac{3}{7})$;
- 500 N en $C(0; 0,60; 0)$ m, con cosenos directores $(-\frac{4}{5}; 0; \frac{3}{5})$.

Reduce el sistema a una llave de torsión, indica su paso y determina el punto donde el eje interseca el plano xz .



SOLUCIONARIO — Simulacro 4

Punto 1

PASO 1 Determina θ_y

$$\cos^2 \theta_y = 1 - \cos^2 62^\circ - \cos^2 48^\circ = 1 - 0,2204 - 0,4477 = 0,3318$$

$$\cos \theta_y = \pm 0,5760 \quad \Rightarrow \quad \theta_y = 54,83^\circ \text{ o } 125,17^\circ$$

El enunciado dice **obtuso**, así que $\theta_y = 125,17^\circ$ y $\cos \theta_y = -0,5760$.

PASO 2 La fuerza en componentes

$$\vec{F} = 910 (0,4695; -0,5760; 0,6691)$$

$$\vec{F} = 427,22 \hat{i} - 524,23 \hat{j} + 608,91 \hat{k} \quad [\text{N}]$$

PASO 3 Momento respecto a O

Con $\vec{r}_{O \rightarrow P} = 0 \hat{i} + 3 \hat{j} + 4 \hat{k}$:

$$M_x = (3)(608,91) - (4)(-524,23) = 1826,73 + 2096,91 = 3923,63$$

$$M_y = (4)(427,22) - (0)(608,91) = 1708,88$$

$$M_z = (0)(-524,23) - (3)(427,22) = -1281,66$$

$$\vec{M}_O = 3923,63 \hat{i} + 1708,88 \hat{j} - 1281,66 \hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

$$|\vec{M}_O| = 4467,42 \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 4 Momento respecto a la línea OG

$$|\vec{r}_{O \rightarrow G}| = \sqrt{9 + 36 + 4} = 7 \text{ m} \quad \hat{\lambda}_{OG} = \frac{1}{7}(3; 6; 2)$$

$$M_{OG} = \frac{(3923,63)(3) + (1708,88)(6) + (-1281,66)(2)}{7}$$

$$= \frac{11\,770,89 + 10\,253,28 - 2\,563,32}{7} = \frac{19\,460,85}{7}$$

$$M_{OG} = 2780,12 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Respuesta: $\theta_y = 125,17^\circ$; $\vec{F} = 427,22\hat{i} - 524,23\hat{j} + 608,91\hat{k} \text{ N}$; $\vec{M}_O = 3923,63\hat{i} + 1708,88\hat{j} - 1281,66\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}$ (4467,42 N · m); $M_{OG} = 2780,12 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Escoger mal la raíz cambia todo

Con $\theta_y = 54,83^\circ$ la componente F_y sería +524,23 N en vez de -524,23 N, y M_x pasaría de +3923,63 a -270,2 N · m: un cambio de más del 90%. El enunciado *siempre* te da el dato que resuelve la ambigüedad (“obtuso”, “ $F_y < 0$ ”, o la figura). Búscalo antes de escribir el vector.

Chequeo de sentido común

$$|\vec{F}| = \sqrt{427,22^2 + 524,23^2 + 608,91^2} = \sqrt{182\,517 + 274\,817 + 370\,771} = \sqrt{828\,105} = 910,0 \text{ N}.$$

✓

$$\vec{M}_O \cdot \vec{F} \approx 0 \text{ (perpendicularidad)}. \quad \checkmark$$

Punto 2

PASO 1 Reducción al origen

$$\vec{\mathbf{R}} = (0; 0; -400) + (0; 0; -600) = -1000 \hat{k} \text{ N}$$

Momentos de las dos fuerzas:

$$(2; 1; 0) \times (0; 0; -400) = ((1)(-400); -(2)(-400); 0) = (-400; 800; 0)$$

$$(5; 4; 0) \times (0; 0; -600) = ((4)(-600); -(5)(-600); 0) = (-2400; 3000; 0)$$

Y el par, que entra tal cual:

$$\vec{\mathbf{M}}_O = (-400; 800; 0) + (-2400; 3000; 0) + (300; -200; 0)$$

$$\vec{\mathbf{M}}_O = -2500 \hat{i} + 3600 \hat{j} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

PASO 2 La prueba del producto punto

$$\vec{\mathbf{M}}_O \cdot \vec{\mathbf{R}} = (-2500)(0) + (3600)(0) + (0)(-1000) = 0$$

Da cero: el sistema *sí* se reduce a una sola fuerza. No hay tórsor y no hay que calcular ningún paso.

PASO 3 Por dónde pasa

Busco $\vec{\mathbf{r}} = (x; y; 0)$ con $\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{M}}_O$:

$$(x; y; 0) \times (0; 0; -1000) = (-1000 y; 1000 x; 0)$$

$$-1000 y = -2500 \Rightarrow y = 2,50 \text{ m} \quad 1000 x = 3600 \Rightarrow x = 3,60 \text{ m}$$

Respuesta: $\vec{\mathbf{R}} = 1000 \text{ N}$ hacia abajo y $\vec{\mathbf{M}}_O = -2500 \hat{i} + 3600 \hat{j} \text{ N} \cdot \text{m}$; $\vec{\mathbf{M}}_O \cdot \vec{\mathbf{R}} = 0$, así que el sistema equivale a la sola fuerza de 1000 N hacia abajo aplicada en (3,60; 2,50; 0) m.

Por qué el par *sí* corrió el punto de aplicación

Sin el par, el punto sería el promedio ponderado de las cargas: $\bar{x} = \frac{(2)(400) + (5)(600)}{1000} = 3,80$ y $\bar{y} = \frac{(1)(400) + (4)(600)}{1000} = 2,80$. El par de $300 \hat{i} - 200 \hat{j}$ corrió la línea de acción hasta (3,60; 2,50). Un par no aporta fuerza, pero sí mueve de sitio la resultante.

Chequeo de sentido común

$$(3,60; 2,50; 0) \times (0; 0; -1000) = (-2500; 3600; 0) = \vec{\mathbf{M}}_O. \quad \checkmark$$

Punto 3

PASO 1 Las tres fuerzas

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = 600 \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3} \right) = 400 \hat{i} - 200 \hat{j} - 400 \hat{k} \text{ N}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_2 = 700 \left(\frac{2}{7}; \frac{6}{7}; \frac{3}{7} \right) = 200 \hat{i} + 600 \hat{j} + 300 \hat{k} \text{ N}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_3 = 500 \left(-\frac{4}{5}; 0; \frac{3}{5} \right) = -400 \hat{i} + 0 \hat{j} + 300 \hat{k} \text{ N}$$

PASO 2 Resultante

$$\vec{\mathbf{R}} = 200\hat{i} + 400\hat{j} + 200\hat{k} \quad [\text{N}]$$

$$|\vec{\mathbf{R}}| = \sqrt{40\,000 + 160\,000 + 40\,000} = \sqrt{240\,000} = 489,90 \text{ N}$$

PASO 3 Momento respecto a O

$$(0; 0; 0,5) \times \vec{\mathbf{F}}_1 = (0 - (0,5)(-200); (0,5)(400) - 0; 0) = (100; 200; 0)$$

$$(0,8; 0; 0) \times \vec{\mathbf{F}}_2 = (0 - 0; 0 - (0,8)(300); (0,8)(600) - 0) = (0; -240; 480)$$

$$(0; 0,6; 0) \times \vec{\mathbf{F}}_3 = ((0,6)(300) - 0; 0 - 0; 0 - (0,6)(-400)) = (180; 0; 240)$$

$$\vec{\mathbf{M}}_O = 280\hat{i} - 40\hat{j} + 720\hat{k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

PASO 4 La prueba

$$\vec{\mathbf{M}}_O \cdot \vec{\mathbf{R}} = (280)(200) + (-40)(400) + (720)(200) = 56\,000 - 16\,000 + 144\,000 = 184\,000 \neq 0$$

Hay torsor.

PASO 5 Paso y momento del torsor

$$\hat{\lambda} = \frac{(200; 400; 200)}{489,90} = (0,4082; 0,8165; 0,4082)$$

$$M_{\parallel} = \frac{184\,000}{489,90} = 375,59 \text{ N} \cdot \text{m} \quad p = \frac{375,59}{489,90} = 0,7667 \text{ m}$$

$$\vec{\mathbf{M}}_{\text{torsor}} = 375,59 (0,4082; 0,8165; 0,4082) = (153,33; 306,67; 153,33) \text{ N} \cdot \text{m}$$

PASO 6 Momento perpendicular y eje

$$\vec{\mathbf{M}}_{\perp} = (280 - 153,33; -40 - 306,67; 720 - 153,33) = (126,67; -346,67; 566,67) \text{ N} \cdot \text{m}$$

El plano xz es $y = 0$, así que $\vec{\mathbf{r}} = (x; 0; z)$:

$$(x; 0; z) \times (200; 400; 200) = (-400z; 200z - 200x; 400x)$$

$$400x = 566,67 \Rightarrow x = 1,4167 \text{ m} \quad -400z = 126,67 \Rightarrow z = -0,3167 \text{ m}$$

$$(\text{control}) \quad 200(-0,3167) - 200(1,4167) = -63,3 - 283,3 = -346,6 \checkmark$$

Respuesta: Hay torsor: $\vec{\mathbf{R}} = 200\hat{i} + 400\hat{j} + 200\hat{k}$ N (489,90 N), $\vec{\mathbf{M}}_{\text{torsor}} = 153,33\hat{i} + 306,67\hat{j} + 153,33\hat{k}$ N·m y paso $p = 0,7667$ m. El eje interseca el plano xz en $(1,4167; 0; -0,3167)$ m.

Chequeo de sentido común

Tres verificaciones:

$$1. |\vec{\mathbf{F}}_1| = 600, |\vec{\mathbf{F}}_2| = 700, |\vec{\mathbf{F}}_3| = 500 \text{ N}. \checkmark$$

$$2. \vec{\mathbf{M}}_{\text{torsor}} = p \vec{\mathbf{R}}: 0,7667 \times (200; 400; 200) = (153,33; 306,67; 153,33). \checkmark$$

$$3. \vec{\mathbf{M}}_{\text{torsor}} + \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{R}} = (153,33; 306,67; 153,33) + (126,67; -346,67; 566,67) = (280; -40; 720) = \vec{\mathbf{M}}_O. \checkmark$$

Respuestas rápidas — Simulacro 4

- 1** $\theta_y = 125,17^\circ$; $\vec{\mathbf{F}} = 427,22\hat{i} - 524,23\hat{j} + 608,91\hat{k}$ N; $\vec{\mathbf{M}}_O = 3923,63\hat{i} + 1708,88\hat{j} - 1281,66\hat{k}$ N·m; $M_{OG} = 2780,12$ N · m
- 2** $\vec{\mathbf{R}} = -1000\hat{k}$ N; $\vec{\mathbf{M}}_O = -2500\hat{i} + 3600\hat{j}$ N·m; $\vec{\mathbf{M}}_O \cdot \vec{\mathbf{R}} = 0 \Rightarrow$ una sola fuerza por (3,60; 2,50; 0) m
- 3** $\vec{\mathbf{R}} = 200\hat{i} + 400\hat{j} + 200\hat{k}$ N (489,90 N); $\vec{\mathbf{M}}_O = 280\hat{i} - 40\hat{j} + 720\hat{k}$ N·m; $p = 0,7667$ m; $\vec{\mathbf{M}}_{\text{torsor}} = 153,33\hat{i} + 306,67\hat{j} + 153,33\hat{k}$ N·m; eje por (1,4167; 0; -0,3167) m

Si llegaste hasta aquí

Ya resolviste 12 puntos de simulacro y 24 problemas de taller, todos con el mismo patrón que usa el profesor. Lo único que falta el día del parcial es lo de siempre: leer bien el enunciado, escribir las unidades y dejar diez minutos para verificar.